

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
МІЖНАРОДНИЙ ЕКОНОМІКО-ГУМАНІТАРНИЙ
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ АКАДЕМІКА
С.ДЕМ'ЯНЧУКА

Р.М.Літнарвич

**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

МНОЖИННИЙ АНАЛІЗ

ЧАСТИНА 1



Рівне, 2009

УДК 51-7:519.87

Літнарвич Р.М. Конструювання і дослідження математичних моделей. Множинний аналіз. Частина 1. МЕНУ, Рівне, 2009, - 127 с.

Рецензенти:

В.Г.Бурачек, доктор технічних наук, професор

Є.С.Парняков, доктор технічних наук, професор

В.О.Боровий, доктор технічних наук, професор

Відповідальний за випуск: Й.В. Джунь, доктор фізико-математичних наук, професор

Дослідження проведені в рамках роботи наукової школи МЕНУ

Вперше отримана формула розрахунку середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції з врахуванням коефіцієнтів математичної моделі множинної регресії.

Вперше формулюються і доводяться теореми, які дають можливість конструювати окремі елементи математичних моделей.

Для студентів, аспірантів і пошукувачів вчених ступеней факультету Кібернетики МЕНУ.

Litnarovich R.M. Constructing and research of mathematical models. Plural analysis. Part 1. IENU, Rivne, 2009 -127 s.

The formula of calculation of middle quadratic error of the balanced function is first got taking into account the coefficients of mathematical model of multiple regression.

Theorems which enable to construct the separate elements of mathematical models are first formulated and finished telling.

For students, graduate students and seekers scientists of degree department of Cybernetics IENU.

© Літнарвич Р.М.

Зміст

Передмова	4
1. Представлення матриці коефіцієнтів нормальних рівнянь N і її оберненої матриці Q	5
2. Встановлення коефіцієнтів математичної моделі.....	8
3. Представлення побудованої математичної моделі.....	17
4. Встановлення середніх квадратичних похибок коефіцієнтів побудованої моделі	18
5. Розробка контрольної формули оцінки точності зрівноваженої функції з врахуванням середніх квадратичних похибок встановлених коефіцієнтів.....	29
6. Конструювання параметрів математичної моделі	
6.1.Передумови розробки методу конструювання параметрів математичної моделі.....	74
6.2.Розробка методу конструювання елементів математичної моделі.....	86
Висновки	124
Літературні джерела.....	125

П Е Р Е Д М О В А

Кафедрою Математичного моделювання факультету Кібернетики МЕНУ читаються два курси: магістрантам першого курсу «Математичне моделювання та системний підхід до вивчення складних природних та соціальних явищ» в об'ємі 162 годин, із яких 30 годин лекцій, 30 годин лабораторних занять і 102 години самостійна робота; і магістрантам другого року навчання «Засоби комп'ютерного моделювання у вивченні складних природних явищ в об'ємі 108 годин, з яких 18 годин лекцій і 18 годин лабораторних занять та 72 годин самостійної роботи.

В даній роботі автором вперше розроблені формули оцінки точності побудованих математичних моделей множинної регресії за способом найменших квадратів з врахуванням точності визначення коефіцієнтів моделі.

Розроблена методика конструювання елементів моделей на основі вперше сформульованих і доказаних теорем.

Всі теоретичні розробки підтверджені практичними розрахунками на основі комп'ютерного аналізу.

Створений автором розрахунковий файл в MS EXCEL дає можливість не тільки проконтролювати результати розрахунків але і поставити науково-дослідну роботу майбутніх магістрів-інформатиків по конструюванню математичних моделей складних природних і соціальних явищ, технологічних процесів, психологічних та педагогічних досліджень.

При конструюванні математичної моделі в діапазоні від експериментальних (емпіричних) даних до істинної моделі, побудованої за способом найменших квадратів, розроблені автором методи конструювання дають можливість проводити підстройку в межах діапазону абсолютних похибок і за межами діапазону.

Для студентів, магістрантів, аспірантів та пошукувачів вчених ступенів.

1.ПРЕДСТАВЛЕННЯ МАТРИЦІ КОЕФІЦІЄНТІВ НОРМАЛЬНИХ РІВНЯНЬ N І ЇЇ ОБЕРНЕНОЇ МАТРИЦІ Q

Представимо коефіцієнти нормальних рівнянь у вигляді табл.1

Таблиця 1. Коефіцієнти нормальних рівнянь										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
	X0 a0	X1 a1	X2 a2	X3 a3	X4 a4	X5 a5	X6 a6	X7 a7	X8 a8	
762	n	[X1]	[X2]	[X3]	[X4]	[X5]	[X6]	[X7]	[X8]	
763	[X1]	[X1X1]	[X1X2]	[X1X3]	[X1X4]	[X1X5]	[X1X6]	[X1X7]	[X1X8]	
764	[X2]	[X2X1]	[X2X2]	[X2X3]	[X2X4]	[X2X5]	[X2X6]	[X2X7]	[X2X8]	
765	[X3]	[X3X1]	[X3X2]	[X3X3]	[X3X4]	[X3X5]	[X3X6]	[X3X7]	[X3X8]	
766	[X4]	[X4X1]	[X4X2]	[X4X3]	[X4X4]	[X4X5]	[X4X6]	[X4X7]	[X4X8]	
767	[X5]	[X5X1]	[X5X2]	[X5X3]	[X5X4]	[X5X5]	[X5X6]	[X5X7]	[X5X8]	
768	[X6]	[X6X1]	[X6X2]	[X6X3]	[X6X4]	[X6X5]	[X6X6]	[X6X7]	[X6X8]	
769	[X7]	[X7X1]	[X7X2]	[X7X3]	[X7X4]	[X7X5]	[X7X6]	[X7X7]	[X7X8]	
770	[X8]	[X8X1]	[X8X2]	[X8X3]	[X8X4]	[X8X5]	[X8X6]	[X8X7]	[X8X8]	

		Матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь N											
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
145		38	182	189	148	178	183	183	172	187			
146		182	878	906	708	854	881	880	833	897			
147		189	906	941	737	886	911	910	866	930			
148		148	708	737	606	695	713	712	674	729			
149	D= 132724226,00	178	854	886	695	844	860	865	803	877			
150		183	881	911	713	860	887	885	838	902			
151		183	880	910	712	855	885	907	855	905			
152		172	833	856	674	803	838	865	848	861			
153		187	897	930	729	877	902	905	861	923			

		$Q = N^{-1}$											
		Обернена матриця коефіцієнтів нормальних рівнянь											
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
133		37,60993079	0,1742987	-5,864444	0,097911	0,097449	0,307395	0,109581	0,033235				
134		0,17429873	0,3990895	-0,121236	0,019524	0,032038	-0,28479	0,014785	-0,01322				
135		-5,864444295	-0,121236	1,319023	-0,046787	-0,03985	-0,14281	-0,00908	0,018637				
136	$\Delta =$	7,53442E-09	0,097910912	0,0195237	-0,046787	0,037681	0,003788	0,007933	-0,00678				
137		0,09744857	0,0320383	-0,0398653	-0,004925	0,141204	-0,10693	0,021052	0,013188				
138		0,307394507	-0,284791	-0,142808	0,003788	-0,10693	0,551223	-0,00356	-0,03815				
139		0,109580929	0,0147853	-0,009082	0,007933	0,021052	-0,00356	0,086387	-0,02698				
140		0,033236048	-0,013217	0,018637	-0,006777	0,013188	-0,03815	-0,02698	0,031624				
141		-2,4886659681	-0,070866	0,183033	-0,021982	-0,06931	-0,04303	-0,11003	0,014732				

2. ВСТАНОВЛЕННЯ КОЕФІЦІЄНТІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
157		3547	182	189	148	178	183	183	172	187
158		17023	878	906	708	854	881	880	833	897
159		17646	906	941	737	886	911	910	856	930
160		13821	708	737	606	695	713	712	674	729
161	DO=	723246186	854	886	695	844	860	855	803	877
162		17098	881	911	713	860	887	885	838	902
a0=DO/D=	54,49228377	17158	880	910	712	855	885	907	855	905
163		16237	833	856	674	803	838	855	848	851
164		17470	897	930	729	877	902	905	851	923

R	S	Знаходження коефіцієнта										
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
169		38	3547	189	148	178	183	183	172	187		
170		182	17023	906	708	854	881	880	833	897		
171		189	17646	941	737	886	911	910	856	930		
172		148	13821	737	606	695	713	712	674	729		
173	D1=	762840032	178	16593	886	844	860	855	803	877		
174			183	17098	911	860	887	885	838	902		
a1=D1/D=	5,747556832	183	17158	910	712	855	885	907	855	905		
176		172	16237	856	674	803	838	855	848	851		
177		187	17470	930	729	877	902	905	851	923		

R	S	Знаходження коефіцієнта										
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
181		38	182	3547	148	178	183	183	172	187		
182		182	878	17023	708	854	881	880	833	897		
183		189	906	17646	737	886	911	910	856	930		
184		148	708	13621	606	695	713	712	674	729		
185 D2=	690244973,9	178	854	16593	695	844	860	855	803	877		
186		183	881	17098	713	860	887	885	838	902		
a2=D2/D=	5,20059521	183	880	17158	712	855	885	907	855	905		
188		172	833	16237	674	803	838	855	848	851		
189		187	897	17470	729	877	902	905	851	923		

R	S	Знаходження коефіцієнта										
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
193		38	182	189	3547	178	183	183	172	187		
194		182	878	906	17023	854	881	880	833	897		
195		189	906	941	17646	886	911	910	856	930		
196	D3= -9796541,999	148	708	737	13621	695	713	712	674	729		
197		178	854	886	16593	844	860	855	803	877		
a3=D3/D=	-0,073811257	183	881	911	17098	860	887	885	838	902		
199		183	880	910	17158	855	885	907	855	905		
200		172	833	856	16237	803	838	855	848	851		
201		187	897	930	17470	877	902	905	851	923		

		a 4										
		Знаходження коефіцієнта										
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
205		38	182	189	148	3547	183	183	172	187		
206		182	878	906	708	17023	881	880	833	897		
207		189	906	941	737	17646	911	910	856	930		
208		148	708	737	606	13821	713	712	674	729		
209	D4=	178	854	886	695	16593	860	855	803	877		
210		183	881	911	713	17098	887	885	838	902		
a4=D4/D=	-0,967014387	183	880	910	712	17158	885	907	855	905		
212		172	833	856	674	16237	838	855	848	861		
213		187	897	930	729	17470	902	905	851	923		

R	S	Знаходження коефіцієнта										a 5			
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB					
217		38	182	189	148	178	3647	183	172	187					
218		182	878	906	708	854	17023	880	833	897					
219		189	906	941	737	886	17646	910	856	930					
220		148	708	737	606	695	13821	712	674	729					
221 D5=	-926200006	178	854	886	695	844	16693	855	803	877					
222		183	881	911	713	860	17098	885	838	902					
a5=D5/D=	-6,97837941	183	880	910	712	855	17158	907	855	905					
224		172	833	856	674	803	16237	855	848	851					
225		187	897	930	729	877	17470	905	851	923					

R	S	Знаходження коефіцієнта										a 6					
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB							
229		38	182	189	148	178	183	3547	172	187							
230		182	878	906	708	854	881	17023	833	897							
231		189	906	941	737	886	911	17646	856	930							
232		148	708	737	606	695	713	13821	674	729							
233		178	854	886	695	844	860	16593	803	877							
234	D6=	4926252	881	911	713	860	887	17098	838	902							
235		183	880	910	712	855	885	17158	855	905							
ab=D6/D=	0,037116449	172	833	856	674	803	838	16237	848	851							
237		187	897	930	729	877	902	17470	851	923							

R	S	Знаходження коефіцієнта											AA	AB
		T	U	V	W	X	Y	Z	а7					
241		38	182	189	148	178	183	183	183	183	183	3547	187	
242		182	878	906	708	854	708	881	881	881	880	17023	897	
243		189	906	941	737	886	737	911	911	911	910	17646	930	
244		148	708	737	606	695	606	713	713	712	13821	729		
245 D7=	343141462	178	854	886	695	844	695	860	860	855	855	16593	877	
246		183	881	911	713	860	713	887	887	885	17098	902		
a7=D7/D=	2,585371732	183	880	910	712	855	712	885	885	907	17158	905		
248		172	833	856	674	803	674	838	838	855	16237	851		
249		187	897	930	729	877	729	902	902	905	17470	923		

R	S	Знаходження коефіцієнта										a	8
		T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
253		38	182	189	148	178	183	183	172				
254		182	878	906	708	854	881	880	833				
255		189	906	941	737	886	911	910	856				
256		148	708	737	606	695	713	712	674				
257	D8=	323609478	178	854	886	844	860	855	803				
258			183	881	911	713	887	885	838				
a8=D8/D=	2,43820957		183	880	910	712	885	907	855				
260			172	833	856	674	803	855	848				
261			187	897	930	729	877	902	851				

3. ПРЕДСТАВЛЕННЯ ПОБУДОВАНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Таким чином, на основі проведених обчислень, нами побудована математична модель базової дисципліни у вигляді емпіричної формули

$$Y' = 54.492284 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.073811X_3 - 0.967014X_4 - 6.978379X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.438210X_8. \quad (3.1)$$

У формулі (3.1) значення Y' представляє екзаменаційну оцінку, виставленому комп'ютером конкретному студенту на основі факторних ознак $X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8$.

В даному випадку математична модель побудована за формулами Крамера розв'язування лінійних рівнянь у вигляді визначників.

При розв'язуванні тих же рівнянь в матричному вигляді були отримані абсолютно автентичні результати, що свідчить про коректність і правильність самої процедури рішення нормальних рівнянь.

В подальшому виникає задача встановлення середніх квадратичних похибок визначених коефіцієнтів математичної моделі

a0=	54,492284
a1=	5,747557
a2=	5,200595
a3=	-0,073811
a4=	-0,967014
a5=	-6,978379
a6=	0,037116
a7=	2,585372
a8=	2,438210

4. ВСТАНОВЛЕННЯ СЕРЕДНІХ КВАДРАТИЧНИХ ПОХИБОК КОЕФІЦІЄНТІВ ПОБУДОВАНОЇ МОДЕЛІ

Знаходження середньої квадратичної похибки першого коефіцієнта моделі												
R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
265			878	906	708	854	881	880	833	897		
266			906	941	737	886	911	910	856	930		
267			708	737	606	695	713	712	674	729		
268	A11=	4991748954	854	886	695	844	860	855	803	877		
269			881	911	713	860	887	885	838	902		
270	1/P=A11/D=	37,60993079	880	910	712	855	885	907	855	905		
			833	856	674	803	838	855	848	851		
	$m_{n0} = \mu_0 \sqrt{\frac{-1}{P_0}}$		897	930	729	877	902	905	851	923		

		Знаходження середньої квадратичної похибки третього коефіцієнта моделі										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
453			38	182	148	178	183	183	172	187		
454			182	878	708	854	881	880	833	897		
455			148	708	606	695	713	712	674	729		
456	A33=	175066335	178	854	695	844	860	855	803	877		
457			183	881	713	860	887	886	838	902		
458	1/P=A33/D=	1,319023213	183	880	712	855	885	907	855	905		
			172	833	674	803	838	855	848	851		
			187	887	729	877	902	905	851	923		

$$m_{a_2} = \mu \sqrt{p_{a_2}^{-1}} =$$

		Знаходження середньої квадратичної похибки четвертого коефіцієнта моделі										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
530			38	182	189	178	183	183	172	187		
531			182	878	906	854	881	880	833	897		
532			189	906	941	886	911	910	856	930		
533	A44=	5001192	178	854	886	844	860	855	803	877		
534			183	881	911	860	887	886	838	902		
535	1/P=A44/D=	0,037681079	183	880	910	855	885	907	855	905		
			172	833	856	803	838	855	848	851		
		1,241174894	187	887	930	877	902	905	851	923		

$$m_{a3} = \mu \sqrt{\frac{-1}{p a3}} =$$

		Знаходження середньої квадратичної похибки п'ятого коефіцієнта моделі										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
596			38	182	189	148	183	183	172	187		
597			182	878	906	708	881	880	833	897		
598			189	906	941	737	911	910	856	930		
599	A55=	18741223	148	708	737	606	713	712	674	729		
600			183	881	911	713	887	885	838	902		
601	1/P=A55/D=	0,141204237	183	880	910	712	885	907	855	905		
			172	833	856	674	838	855	848	851		
			187	887	930	729	902	905	851	923		

$$m_{a4} = \mu \sqrt{\frac{-1}{p_{a4}}} =$$

		Знаходження середньої квадратичної похибки сьомого коефіцієнта моделі										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
695			38	182	189	148	178	183	172	187		
696			182	878	906	708	854	881	833	897		
697			189	906	941	737	886	911	856	930		
698	A77=	11465599	148	708	737	606	695	713	674	729		
699			178	854	886	695	844	860	803	877		
700	1/P=A77/D=	0,086386633	183	881	911	713	860	887	838	902		
	$m_{a6} = \mu \sqrt{p_{a6}^{-1}} =$		172	833	856	674	803	838	848	851		
			187	897	930	729	877	902	851	923		

		Знаходження середньої квадратичної похибки девятого коефіцієнта моделі										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
749			38	182	189	148	178	183	183	172		
750			182	878	906	708	854	881	880	833		
751			189	906	941	737	886	911	910	856		
752			148	708	737	606	695	713	712	674		
753	A99=	80869379	178	854	886	695	844	860	855	803		
754			183	881	911	713	860	887	885	838		
755	1/P=A99/D=	0,609303828	183	880	910	712	855	885	907	855		
			172	833	856	674	803	838	855	848		

$$m_{a8} = \mu \sqrt{p_{a8}^{-1}} =$$

Таким чином, на основі проведених розрахунків, нами встановлені середні квадратичні похибки математичної моделі базової дисципліни

a0	a1	a2	a3	a4
3,92123E+01	4,039303275	7,343406	1,2411749	2,4026758

a5	a6	a7	a8
4,7471723	1,879293417	1,137050015	4,9910081

Контроль параметрів моделі функцією MS EXCEL «ЛИНЕЙН»

a8	a7	a6		
2,43820957	2,585371732	0,037116449	=ai	
4,991008073	1,137050015	1,879293417	стандарт S	ai=S√dii
0,350193217	6,393980669	#Н/Д	R^2	m1=m
1,953581353	29	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
638,9459564	1185,606675	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]

a5	a4	a3		
-6,978379411	-0,967014387	-0,073811257	=ai	
4,747172344	2,402675846	1,241174894	стандарт S	ai=S√dii
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R^2	m1=m
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]

a2	a1	a0		
5,20059521	5,747556833	54,49228377	=ai	
7,34340597	4,039303275	39,21232433	стандарт S	ai=S√dii
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R^2	m1=m
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Фкритерій	n-m-1
#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[(Y'-Ycp)^2]	[VV]

Критерій значущості Фішера:

F(0,05;8;29)=	2,278250849
F(0,06;8;29)=	2,176481579
F(0,09;8;29)=	1,950589345

Тобто, з вірогідністю 91% можна вважати, що коефіцієнт детермінації статистично значимий і включені у регресію фактори достатньо пояснюють стохастичну залежність показника.

Встановлення статистичної значущості коефіцієнтів регресії $t(ai)$ і коефіцієнтів кореляції $K_{кор}(Y, X_i)$

	X0	X1	X2	X3
S(ai)=	39,21232	4,039303275	7,34340597	1,2411749
t(ai)=	1,389672	1,422907972	0,708199333	-0,059469
K _{кор} (Y, X _i)=		0,323592401	0,103017993	0,0274134
		c	d	e
		Інтерес	Робота виклада	Трудність

X4	X5	X6	X7	X8
2,4026758	4,7471723	1,8792934	1,137050015	4,991008073
-0,4024739	-1,4700076	0,0197502	2,273753746	0,488520462
-0,1604122	0,1606158	0,3527197	0,511634281	0,211627189
f	g	h	i	j
Наука	зв'яз. спец	Моногр1	Моногр2	Наук. школа

По критерію Стьюдента	
t(0,09;30)=	1,7519515
t(0,05;30)=	2,0422724

$t_7 > t_\alpha$ найбільш суттєвий фактор

5. РОЗРОБКА КОНТРОЛЬНОЇ ФОРМУЛИ ОЦІНКИ ТОЧНОСТІ ЗРІВНОВАЖЕНОЇ ФУНКЦІЇ З ВРАХУВАН- НЯМ СЕРЕДНІХ КВАДРАТИЧНИХ ПОХИБОК ВСТА - НОВЛЕНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ

Знайдемо обернені ваги корельованих коефіцієнтів

	Встановлення оберненої ваги 1/P12										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
277		182	189	148	178	183	183	172	187		
278		906	941	737	886	911	910	866	930		
279		708	737	806	895	713	712	674	729		
280	A12=	854	886	895	844	860	855	803	877		
281		881	911	713	860	887	885	838	902		
282	1/P=A12/D=	880	910	712	855	885	907	855	905		
283		833	866	674	803	838	855	848	851		
284		897	930	729	877	902	905	851	923		

		Встановлення оберненої іваги 1/P13												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB				
288			182	189	148	178	183	183	172	187				
289			878	906	708	854	881	880	833	897				
290			708	737	606	695	713	712	674	729				
291	A13=	-778353830	854	886	695	844	860	855	803	877				
292			881	911	713	860	887	885	838	902				
293	1/P=A13/D=	-5,864444295	880	910	712	855	885	907	855	905				
294			833	856	674	803	838	855	848	851				
295			897	930	729	877	902	905	851	923				

	Встановлення оберненої ваги 1/P14										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
299		182	189	148	178	183	183	172	187		
300		878	906	708	854	881	880	833	897		
301		906	941	737	886	911	910	856	930		
302	A14=	854	886	695	844	860	855	803	877		
303		881	911	713	860	887	885	838	902		
304	1/P=A14/D=	880	910	712	855	885	907	855	905		
305		833	856	674	803	838	855	848	851		
306		897	930	729	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P15										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
310			182	189	148	178	183	183	172	187	
311			878	906	708	854	881	880	833	897	
312			906	941	737	886	911	910	856	930	
313	A15=	12933786	708	737	606	695	713	712	674	729	
314			881	911	713	860	887	885	838	902	
315	1/P=A15/D=	0,09744857	880	910	712	855	885	907	855	905	
316			833	856	674	803	838	855	848	851	
317			897	930	729	877	902	905	851	923	

		Встановлення оберненої ваги 1/P16												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB				
321			182	189	148	178	183	183	172	187				
322			878	906	708	854	881	880	833	897				
323			906	941	737	886	911	910	856	930				
324	A16=	-40798698	708	737	606	695	713	712	674	729				
325			854	886	695	844	860	855	803	877				
326	1/P=A16/D=	-0,307394507	880	910	712	855	885	907	855	905				
327			833	856	674	803	838	855	848	851				
328			897	930	729	877	902	905	851	923				

		Встановлення оберненої ваги 1/P17												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB				
332			182	189	148	178	183	183	172	187				
333			878	906	708	854	881	880	833	897				
334			906	941	737	886	911	910	856	930				
335	A17=	14544044	708	737	606	695	713	712	674	729				
336			854	886	695	844	860	855	803	877				
337	1/P=A17/D=	0,109580929	881	911	713	860	887	885	838	902				
338			833	856	674	803	838	855	848	851				

		Встановлення обернкої ваги 1/P18												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB				
343			182	189	148	178	183	183	172	187				
344			878	906	708	854	881	880	833	897				
345			906	941	737	886	911	910	856	930				
346	A18=	-4411096	708	737	606	695	713	712	674	729				
347			854	886	695	844	860	855	803	877				
348	1/P=A18/D=	-0,033235048	881	911	713	860	887	885	838	902				
349			880	910	712	855	885	907	855	905				
350			897	930	729	877	902	905	851	923				

	Встановлення оберневної ваги 1/P19												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
354			182	189	148	178	183	183	172	187			
355			878	906	708	854	881	880	833	897			
356			906	941	737	886	911	910	856	930			
357	A19=	-330305430	708	737	606	695	713	712	674	729			
358			854	886	695	844	860	865	803	877			
359	1/P=A19/D=	-2,488659681	881	911	713	860	887	885	838	902			
360			880	910	712	855	885	907	855	905			
361			833	856	674	803	838	855	848	851			

	Встановлення оберненої ваги 1/P21												
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB				
376		38	189	148	178	183	183	172	187				
377		182	906	708	854	881	880	833	897				
378		148	737	606	695	713	712	674	729				
379	A23=	178	886	695	844	860	855	803	877				
380		183	911	713	860	887	885	838	902				
381	1/P=A23/D=	183	910	712	855	885	907	855	905				
382		172	856	674	803	838	855	848	851				
383		187	930	729	877	902	905	851	923				

	Встановлення оберненої ваги 1/P24										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
387			38	189	148	178	183	183	172	187	
388			182	906	708	854	881	880	833	897	
389			189	941	737	886	911	910	856	930	
390	A24=	2591268	178	886	695	844	860	855	803	877	
391			183	911	713	860	887	885	838	902	
392	1/P=A24/D=	0,0195237	183	910	712	855	885	907	855	905	
393			172	856	674	803	838	855	848	851	
394			187	930	729	877	902	905	851	923	

	Встановлення оберненої ваги 1/P25												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
398			38	189	148	178	183	183	172	187			
399			182	906	708	854	881	880	833	897			
400			189	941	737	886	911	910	856	930			
401	A25=	-4252257	148	737	606	695	713	712	674	729			
402			183	911	713	860	887	885	838	902			
403	1/P=A25/D=	-0,032038288	183	910	712	855	885	907	855	905			
404			172	856	674	803	838	855	848	851			
405			187	930	729	877	902	905	851	923			

	Встановлення оберненої ваги 1/P26											
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
409			38	189	148	178	183	183	172	187		
410			182	906	708	854	881	880	833	897		
411			189	941	737	886	911	910	856	930		
412	A26=	-37798621	148	737	606	695	713	712	674	729		
413			178	886	695	844	860	855	803	877		
414	1/P=A26/D=	-0,284790668	183	910	712	855	885	907	855	905		
415			172	856	674	803	838	855	848	851		
416			187	930	729	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P27											
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
420			38	189	148	178	183	183	172	187		
421			182	906	708	854	881	880	833	897		
422			189	941	737	886	911	910	856	930		
423	A27=	-1962361	148	737	606	695	713	712	674	729		
424			178	886	695	844	860	855	803	877		
425	1/P=A27/D=	-0,014785251	183	911	713	860	887	885	838	902		
426			172	856	674	803	838	855	848	851		
427			187	930	729	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P28										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
431			38	189	148	178	183	183	172	187	
432			182	906	708	854	881	880	833	897	
433			189	941	737	886	911	910	856	930	
434	A28=	-1754218	148	737	606	695	713	712	674	729	
435			178	886	695	844	860	855	803	877	
436	1/P=A28/D=	-0,013217014	183	911	713	860	887	885	838	902	
437			183	910	712	855	885	907	855	905	
438			187	930	729	877	902	905	851	923	

	Встановлення оберненої ваги 1/P29										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
442			38	189	148	178	183	183	172	187	
443			182	906	708	854	881	880	833	897	
444			189	941	737	886	911	910	856	930	
445	A29=	9405685	148	737	606	695	713	712	674	729	
446			178	886	695	844	860	855	803	877	
447	1/P=A29/D=	0,070866377	183	911	713	860	887	885	838	902	
448			183	910	712	855	885	907	855	905	
449			172	856	674	803	838	855	848	851	

Встановлення оберненої ваги 1/P34												
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
464		38	182	148	178	183	183	172	187			
465		182	878	708	854	881	880	833	897			
466		189	906	737	886	911	910	856	930			
467	A34=	178	854	695	844	860	855	803	877			
468		183	881	713	860	887	885	838	902			
469	1/P=A34/D=	183	880	712	855	885	907	855	905			
470		172	833	674	803	838	855	848	851			
471		187	897	729	877	902	905	851	923			

	Встановлення оберненої ваги 1/P35										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
475			38	182	148	178	183	183	172	187	
476			182	878	708	854	881	880	833	897	
477			189	906	737	886	911	910	856	930	
478	A35=	-5289501	148	708	606	695	713	712	674	729	
479			183	881	713	860	887	885	838	902	
480	1/P=A35/D=	-0,03985332	183	880	712	855	885	907	855	905	
481			172	833	674	803	838	855	848	851	
482			187	897	729	877	902	905	851	923	

	Встановлення оберненої ваги 1/P36										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
486		38	182	148	178	183	183	172	187		
487		182	878	708	854	881	880	833	897		
488		189	906	737	886	911	910	856	930		
489	A36=	148	708	606	695	713	712	674	729		
490		178	854	695	844	860	855	803	877		
491	1/P=A36/D=	183	880	712	855	885	907	855	905		
492		172	833	674	803	838	855	848	851		
493		187	897	729	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P37										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
497			38	182	148	178	183	183	172	187	
498			182	878	708	854	881	880	833	897	
499			189	906	737	886	911	910	856	930	
500	A37=	-1205389	148	708	606	695	713	712	674	729	
501			178	854	695	844	860	855	803	877	
502	1/P=A37/D=	-0,009081906	183	881	713	860	887	885	838	902	
503			172	833	674	803	838	855	848	851	
504			187	897	729	877	902	905	851	923	

	Встановлення оберненої ваги 1/P38													
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB					
508		38	182	148	178	183	183	172	187					
509		182	878	708	854	881	880	833	897					
510		189	906	737	886	911	910	856	930					
511	A38=	148	708	606	695	713	712	674	729					
512		178	854	695	844	860	865	803	877					
513	1/P=A38/D=	183	881	713	860	887	885	838	902					
514		183	880	712	855	885	907	855	905					
515		187	897	729	877	902	905	851	923					

	Встановлення оберненої ваги 1/P39										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
519			38	182	148	178	183	183	172	187	
520			182	878	708	854	881	880	833	897	
521			189	906	737	886	911	910	856	930	
522 A39=		24292895	148	708	606	695	713	712	674	729	
523			178	854	695	844	860	855	803	877	
524 1/P=A39/D=		0,183032862	183	881	713	860	887	885	838	902	
525			183	880	712	855	885	907	855	905	
526			172	833	674	803	838	855	848	851	

		Встановлення оберненої ваги 1/P45										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
541			38	182	189	178	183	183	172	187		
542			182	878	906	854	881	880	833	897		
543			189	906	941	886	911	910	856	930		
544	A45=	653686	148	708	737	695	713	712	674	729		
545			183	881	911	860	887	885	838	902		
546	1/P=A45/D=	0,004925145	183	880	910	855	885	907	855	905		
547			172	833	856	803	838	855	848	851		
548			187	897	930	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P46										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
552		38	182	189	178	183	183	172	187		
553		182	878	906	854	881	880	833	897		
554		189	906	941	886	911	910	856	930		
555	A46=	148	708	737	695	713	712	674	729		
556		178	854	886	844	860	855	803	877		
557	1/P=A46/D=	183	880	910	855	885	907	855	905		
558		172	833	856	803	838	855	848	851		
559		187	897	930	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P47										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
563		38	182	189	178	183	183	172	187		
564		182	878	906	854	881	880	833	897		
565		189	906	941	886	911	910	856	930		
566	A47=	148	708	737	695	713	712	674	729		
567		178	854	886	844	860	865	803	877		
568	1/P=A47/D=	183	881	911	860	887	885	838	902		
569		172	833	856	803	838	855	848	851		
570		187	897	930	877	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P48											
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
574			38	182	189	178	183	183	172	187		
575			182	878	906	854	881	880	833	897		
576			189	906	941	886	911	910	866	930		
577	A48=	-899462	148	708	737	695	713	712	674	729		
578			178	854	886	844	860	855	803	877		
579	1/P=A48/D=	-0,006776924	183	881	911	860	887	885	838	902		
580			183	880	910	855	885	907	855	905		
581			187	897	930	877	902	905	861	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P49												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
585			38	182	189	178	183	183	172	187			
586			182	878	906	854	881	880	833	897			
587			189	906	941	886	911	910	856	930			
588	A49=	2917498	148	708	737	695	713	712	674	729			
589			178	854	886	844	860	855	803	877			
590	1/P=A49/D=	0.021981654	183	881	911	860	887	885	838	902			
591			183	880	910	855	885	907	855	905			
592			172	833	856	803	838	855	848	851			

Встановлення оберненої ваги 1/P56												
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
607		38	182	189	148	183	183	172	187			
608		182	878	906	708	881	880	833	897			
609		189	906	941	737	911	910	856	930			
610	A56=	14191845	148	708	737	606	713	674	729			
611		178	854	886	695	860	855	803	877			
612	1/P=A56/D=	0,106927314	183	880	910	712	885	855	905			
613		172	833	856	674	838	855	848	851			
614		187	897	930	729	902	905	851	923			

	Встановлення оберненої ваги 1/P57										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
618			38	182	189	148	183	183	172	187	
619			182	878	906	708	881	880	833	897	
620			189	906	941	737	911	910	856	930	
621	A57=	2794147	148	708	737	606	713	712	674	729	
622			178	854	886	695	860	855	803	877	
623	1/P=A57/D=	0,021052276	183	881	911	713	887	885	838	902	
624			172	833	856	674	838	855	848	851	
625			187	897	930	729	902	905	851	923	

	Встановлення оберненої ваги 1/P58										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
629		38	182	189	148	183	183	172	187		
630		182	878	906	708	881	880	833	897		
631		189	906	941	737	911	910	856	930		
632	A58=	148	708	737	606	713	712	674	729		
633		178	854	886	695	860	865	803	877		
634	1/P=A58/D=	183	881	911	713	887	885	838	902		
635		183	880	910	712	885	907	855	905		
636		187	897	930	729	902	905	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P59										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
640			38	182	189	148	183	183	172	187	
641			182	878	906	708	881	880	833	897	
642			189	906	941	737	911	910	856	930	
643	A59=	-9198699	148	708	737	606	713	712	674	729	
644			178	854	886	695	860	855	803	877	
645	1/P=A59/D=	-0,069306857	183	881	911	713	887	885	838	902	
646			183	880	910	712	885	907	855	905	
647			172	833	856	674	838	855	848	851	

		Встановлення оберненої ваги 1/P67										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
662		38	182	189	148	178	183	172	187			
663		182	878	906	708	854	880	833	897			
664		189	906	941	737	886	910	856	930			
665	A67=	148	708	737	606	695	712	674	729			
666		178	854	886	695	844	865	803	877			
667	1/P=A67/D=	183	881	911	713	860	885	838	902			
668		172	833	856	674	803	855	848	851			
669		187	897	930	729	877	905	851	923			

	Встановлення оберненої ваги 1/P68												
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
673			38	182	189	148	178	183	172	187			
674			182	878	906	708	854	880	833	897			
675			189	906	941	737	886	910	856	930			
676	A68=	-5063416	148	708	737	606	695	712	674	729			
677			178	854	886	695	844	855	803	877			
678	1/P=A68/D=	-0,0381499	183	881	911	713	860	885	838	902			
679			183	880	910	712	855	907	855	905			
680			187	897	930	729	877	905	851	923			

	Встановлення оберненої ваги 1/P69										
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
684		38	182	189	148	178	183	172	187		
685		182	878	906	708	854	880	833	897		
686		189	906	941	737	886	910	856	930		
687	A69=	148	708	737	606	695	712	674	729		
688		178	854	886	695	844	855	803	877		
689	1/P=A69/D=	183	881	911	713	860	885	838	902		
690		183	880	910	712	855	907	855	905		
691		172	833	856	674	803	855	848	851		

Встановлення оберненої ваги 1/P78											
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
706		38	182	189	148	178	183	172	187		
707		182	878	906	708	854	881	833	897		
708		189	906	941	737	886	911	856	930		
709	A78=	148	708	737	606	695	713	674	729		
710		178	854	886	695	844	860	803	877		
711	1/P=A78/D=	183	881	911	713	860	887	838	902		
712		183	880	910	712	855	885	855	905		
713		187	897	930	729	877	902	851	923		

	Встановлення оберненої ваги 1/P79										
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB	
717			38	182	189	148	178	183	172	187	
718			182	878	906	708	854	881	833	897	
719			189	906	941	737	886	911	856	930	
720	A79=	-14604247	148	708	737	606	695	713	674	729	
721			178	854	886	695	844	860	803	877	
722	1/P=A79/D=	-0,110034524	183	881	911	713	860	887	838	902	
723			183	880	910	712	855	885	855	905	
724			172	833	856	674	803	838	848	851	

Встановлення оберненої ваги 1/P89											
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB		
739		38	182	189	148	178	183	183	187		
740		182	878	906	708	854	881	880	897		
741		189	906	941	737	886	911	910	930		
742	A89=	148	708	737	606	695	713	712	729		
743		178	854	886	695	844	860	855	877		
744	1/P=A89/D=	183	881	911	713	860	887	885	902		
745		183	880	910	712	855	885	907	905		
746		172	833	856	674	803	838	855	851		

	Представлення обернених ваг 1/P _{ij}											AA	AB
	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
		X0]	X1]	X2]	X3]	X4]	X5]	X6]	X7]	X8]			
776	X0	1/P11	1/P21	1/P31	1/P41	1/P51	1/P61	1/P71	1/P81	1/P91			
777	X1	1/P12	1/P22	1/P32	1/P42	1/P52	1/P62	1/P72	1/P82	1/P92			
778	X2	1/P13	1/P23	1/P33	1/P43	1/P53	1/P63	1/P73	1/P83	1/P93			
779	X3	1/P14	1/P24	1/P34	1/P44	1/P54	1/P64	1/P74	1/P84	1/P94			
780	X4	1/P15	1/P25	1/P35	1/P45	1/P55	1/P65	1/P75	1/P85	1/P95			
781	X5	1/P16	1/P26	1/P36	1/P46	1/P56	1/P66	1/P76	1/P86	1/P96			
782	X6	1/P17	1/P27	1/P37	1/P47	1/P57	1/P67	1/P77	1/P87	1/P97			
783	X7	1/P18	1/P28	1/P38	1/P48	1/P58	1/P68	1/P78	1/P88	1/P98			
784	X8	1/P19	1/P29	1/P39	1/P49	1/P59	1/P69	1/P79	1/P89	1/P99			

Необхідно виразити середню квадратичну похибку зрівноваженої функції побудованої математичної моделі через середні квадратичні похибки, встановлених процедурою способу найменших квадратів і отриманих нами вище обернених ваг.

Порівнюючи результати з раніше виведеною нами формулою середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції на основі матричного рішення, отримуємо чіткий і надійний контроль як теоретичних, так і практичних результатів.

Але спочатку сформулюємо теорему 1, на основі якої нам вдалося отримати автентичні результати.

Теорема 1. Якщо знаходиться обернена вага зрівноваженої функції, то в подвоєних добутках обернених ваг $\frac{1}{P_{ij}}$ на факторні ознаки $X_i X_j$ необхідно змінювати знаки на протилежні в тому випадку, коли сума $i+j$ відповідних індексів в обернених вагах є непарним числом, тобто слід враховувати знаки при переході від мінорів до їх алгебраїчних доповнень.

Доказом цієї теореми буде порівняння результатів обчислень, на основі розроблених автором двох різних способів знаходження середніх квадратичних похибок зрівноваженої функції.

При цьому, загальна формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції буде

$$\begin{aligned}
& m_{a0}^2 + m_{a1}^2 x_1^2 + m_{a2}^2 x_2^2 + m_{a3}^2 x_3^2 + m_{a4}^2 x_4^2 + m_{a5}^2 x_5^2 + m_{a6}^2 x_6^2 + m_{a7}^2 x_7^2 + \\
& \left[\begin{aligned}
& \left(-\frac{1}{P_{12}} \right) x_1 + \left(\frac{1}{P_{13}} \right) x_2 + \left(-\frac{1}{P_{14}} \right) x_3 + \left(\frac{1}{P_{15}} \right) x_4 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{16}} \right) x_5 + \left(\frac{1}{P_{17}} \right) x_6 + \left(-\frac{1}{P_{18}} \right) x_7 + \left(\frac{1}{P_{19}} \right) x_8 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{23}} \right) x_1 x_2 + \left(\frac{1}{P_{24}} \right) x_1 x_3 + \left(-\frac{1}{P_{25}} \right) x_1 x_4 \\
& + \left(\frac{1}{P_{26}} \right) x_1 x_5 + \left(-\frac{1}{P_{27}} \right) x_1 x_6 + \left(\frac{1}{P_{28}} \right) x_1 x_7 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{29}} \right) x_1 x_8 + \left(-\frac{1}{P_{34}} \right) x_2 x_3 + \left(\frac{1}{P_{35}} \right) x_2 x_4 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{36}} \right) x_2 x_5 + \left(\frac{1}{P_{37}} \right) x_2 x_6 + \left(-\frac{1}{P_{38}} \right) x_2 x_7 + \\
& \left(\frac{1}{P_{39}} \right) x_2 x_8 + \left(-\frac{1}{P_{45}} \right) x_3 x_4 + \left(\frac{1}{P_{46}} \right) x_3 x_5 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{47}} \right) x_3 x_6 + \left(\frac{1}{P_{48}} \right) x_3 x_7 + \left(-\frac{1}{P_{49}} \right) x_3 x_8 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{56}} \right) x_4 x_5 + \left(\frac{1}{P_{57}} \right) x_4 x_6 + \left(-\frac{1}{P_{58}} \right) x_4 x_7 + \\
& \left(\frac{1}{P_{59}} \right) x_4 x_8 + \left(-\frac{1}{P_{67}} \right) x_5 x_6 + \left(\frac{1}{P_{68}} \right) x_5 x_7 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{69}} \right) x_5 x_8 + \left(-\frac{1}{P_{78}} \right) x_6 x_7 + \left(\frac{1}{P_{79}} \right) x_6 x_8 + \\
& \left(-\frac{1}{P_{89}} \right) x_7 x_8.
\end{aligned} \right] \\
& + m_{a8}^2 x_8^2 + 2\mu^2
\end{aligned} \tag{5.1}$$

	Представлення елементів оберненої матриці Q											
S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB			
	X0]	X1]	X2]	X3]	X4]	X5]	X6]	X7]	X8]			
790	Q00	Q01	Q02	Q03	Q04	Q05	Q06	Q07	Q08			
791	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15	Q16	Q17	Q18			
792	Q20	Q21	Q22	Q23	Q24	Q25	Q26	Q27	Q28			
793	Q30	Q31	Q32	Q33	Q34	Q35	Q36	Q37	Q38			
794	Q40	Q41	Q42	Q43	Q44	Q45	Q46	Q47	Q48			
795	Q50	Q51	Q52	Q53	Q54	Q55	Q56	Q57	Q58			
796	Q60	Q61	Q62	Q63	Q64	Q65	Q66	Q67	Q68			
797	Q70	Q71	Q72	Q73	Q74	Q75	Q76	Q77	Q78			
798	Q80	Q81	Q82	Q83	Q84	Q85	Q86	Q87	Q88			

Формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції через елементи Q_{ij}

$$mY' = \left[\begin{array}{l} m_{a0}^2 + m_{a1}^2 x_1^2 + m_{a2}^2 x_2^2 + m_{a3}^2 x_3^2 + m_{a4}^2 x_4^2 + m_{a5}^2 x_5^2 + m_{a6}^2 x_6^2 + \\ m_{a7}^2 x_7^2 + m_{a8}^2 x_8^2 + (2\mu^2 / D) \end{array} \right] \left[\begin{array}{l} Q_{10}x_1 + Q_{20}x_2 + Q_{30}x_3 + Q_{40}x_4 + \\ Q_{50}x_5 + Q_{60}x_6 + Q_{70}x_7 + Q_{80}x_8 + \\ Q_{21}x_1x_2 + Q_{31}x_1x_3 + Q_{41}x_1x_4 \\ + Q_{51}x_1x_5 + Q_{61}x_1x_6 + Q_{71}x_1x_7 + \\ Q_{81}x_1x_8 + Q_{32}x_2x_3 + Q_{42}x_2x_4 + \\ Q_{52}x_2x_5 + Q_{62}x_2x_6 + Q_{72}x_2x_7 + \\ Q_{82}x_2x_8 + Q_{43}x_3x_4 + Q_{53}x_3x_5 + \\ Q_{63}x_3x_6 + Q_{73}x_3x_7 + Q_{83}x_3x_8 + \\ Q_{54}x_4x_5 + Q_{64}x_4x_6 + Q_{74}x_4x_7 + \\ Q_{84}x_4x_8 + Q_{65}x_5x_6 + Q_{75}x_5x_7 + \\ Q_{85}x_5x_8 + Q_{76}x_6x_7 + Q_{86}x_6x_8 + \\ Q_{87}x_7x_8. \end{array} \right] \quad (5.2)$$

Значення обернених ваг $1/P_{ij}$, які дорівнюють елементам Q_{ij} , але мають протилежні знаки, відмічені відповідним кольором заливки.

Комп'ютерна формула має вигляд

$$= (\$AE\$2 + \$AE\$3 * C27^2 + \$AE\$4 * D27^2 + \$AE\$5 * E27^2 + \$AE\$6 * F27^2 + \$AE\$7 * G27^2 + \$AE\$8 * H27^2 + \$AE\$9 * I27^2 + \$AE\$10 * J27^2 + (2 * (\$O\$55^2)) * (\$A\$67 * C27 + \$A\$68 * D27 + \$A\$69 * E27 + \$A\$70 * F27 + \$A\$71 * G27 + \$A\$72 * H27 + \$A\$73 * I27 + \$A\$74 * J27 + \$B\$68 * C27 * D27 + \$B\$69 * C27 * E27 + \$B\$70 * C27 * F27 + \$B\$71 * C27 * G27 + \$B\$72 * C27 * H27 + \$B\$73 * C27 * I27 + \$B\$74 * C27 * J27 + \$C\$69 * D27 * E27 + \$C\$70 * D27 * F27 + \$C\$71 * D27 * G27 + \$C\$72 * D27 * H27 + \$C\$73 * D27 * I27 + \$C\$74 * D27 * J27 + \$D\$70 * E27 * F27 + \$D\$71 * E27 * G27 + \$D\$72 * E27 * H27 + \$D\$73 * E27 * I27 + \$D\$74 * E27 * J27 + \$E\$71 * F27 * G27 + \$E\$72 * F27 * H27 + \$E\$73 * F27 * I27 + \$E\$74 * F27 * J27 + \$F\$72 * G27 * H27 + \$F\$73 * G27 * I27 + \$F\$74 * G27 * J27 + \$G\$73 * H27 * I27 + \$G\$74 * H27 * J27 + \$H\$74 * I27 * J27))^0,5 \quad (5.3)$$

В результаті розрахунку за формулою (5.3) вектор середніх

квадратичних похибок зрівноваженої функції m_Y буде

	AB
1	Контр.мY'
2	4,46529
3	1,87443
4	1,87443
5	1,761834
6	6,393981
7	2,373793
8	1,87443
9	2,742424
10	1,87443
11	5,036169
12	1,87443
13	6,216358
14	3,279873
15	1,761834
16	4,379617
17	2,168364
18	3,608346
19	2,461189
20	4,826852
21	1,761834
22	1,87443
23	2,168364
24	4,743334
25	1,761834
26	1,761834
27	2,168364
28	1,761834
29	1,87443
30	1,761834
31	3,957904
32	1,761834
33	3,939055
34	1,87443
35	1,761834
36	1,761834
37	1,87443
38	4,866953
39	1,87443

З другої сторони, допоміжна матриця $Q'=X*Q$

	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1				Q=A*Q					
2	-0,55900	0,28416	0,16964	0,00364	0,00045	-0,46196	-0,01334	0,03027	0,10492
3	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
4	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
5	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
6	5,00000	0,00000	-1,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000	0,00000
7	-0,34952	-0,02015	0,07362	-0,03025	-0,10155	0,08547	-0,02484	-0,00111	0,08387
8	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
9	-0,34998	-0,00764	0,08055	-0,07286	0,04458	-0,02524	-0,01172	0,01886	0,03655
10	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
11	-0,80203	-0,01681	0,15784	0,01308	0,04367	-0,09335	0,12782	-0,10145	0,03282
12	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
13	1,13873	-0,01987	0,02021	-0,00461	0,00772	-0,03251	-0,19408	0,01871	-0,02631
14	-0,76653	-0,10171	0,27224	-0,00911	-0,04478	-0,13902	-0,00115	0,01186	0,16105
15	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
16	-0,34905	-0,03267	0,06668	0,01235	-0,24768	0,19619	-0,03796	-0,02107	0,13120
17	-0,25161	-0,00063	0,02683	0,00743	-0,10648	0,08926	-0,01690	-0,00788	0,06189
18	-0,73330	-0,11493	0,29087	-0,01588	-0,03159	-0,17717	-0,02813	0,04348	0,17578
19	-0,16583	0,03615	-0,05073	0,03225	0,00875	-0,01031	-0,07431	0,02551	0,08064
20	-0,52782	0,06318	-0,05034	-0,00923	-0,04734	0,17286	0,04472	-0,11906	0,05094
21	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
22	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
23	-0,25161	-0,00063	0,02683	0,00743	-0,10648	0,08926	-0,01690	-0,00788	0,06189
24	1,72213	-0,03085	0,08920	0,01288	0,02453	-0,09599	0,10889	-0,00287	-0,44825
25	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
26	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
27	-0,25161	-0,00063	0,02683	0,00743	-0,10648	0,08926	-0,01690	-0,00788	0,06189
28	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
29	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
30	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
31	-0,23054	-0,34816	0,06142	0,02066	-0,00224	0,27091	-0,00270	0,01174	0,04147
32	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
33	-0,32846	-0,36768	0,10821	-0,01702	0,00269	0,26713	-0,01064	0,01852	0,06345
34	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
35	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
36	-0,25207	0,01188	0,03376	-0,03518	0,03965	-0,02145	-0,00378	0,01208	0,01456
37	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940
38	2,13914	0,05071	-0,10942	-0,00827	-0,03225	0,12850	0,08520	-0,01584	-0,52543
39	-0,05625	0,05093	-0,05981	0,04018	0,02980	-0,01388	0,01208	-0,00147	-0,02940

Вектор середньої квадратичної похибки $m_{y'} = Q' X^T$

	AF
1	my'
2	4,46529
3	1,87443
4	1,87443
5	1,761834
6	6,393981
7	2,373793
8	1,87443
9	2,742424
10	1,87443
11	5,036169
12	1,87443
13	6,216358
14	3,279873
15	1,761834
16	4,379617
17	2,168364
18	3,608346
19	2,461189
20	4,826852
21	1,761834
22	1,87443
23	2,168364
24	4,743334
25	1,761834
26	1,761834
27	2,168364
28	1,761834
29	1,87443
30	1,761834
31	3,957904
32	1,761834
33	3,939055
34	1,87443
35	1,761834
36	1,761834
37	1,87443
38	4,866953
39	1,87443

Де матриця коефіцієнтів початкових рівнянь X

	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
2	1	5	5	4	4	4	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	5	5	5	5	5	5
5	1	5	5	3	5	5	5	5	5
6	1	4	4	3	4	4	5	4	5
7	1	5	5	3	4	5	5	5	5
8	1	5	5	5	5	5	5	5	5
9	1	5	5	2	5	5	5	5	5
10	1	5	5	5	5	5	5	5	5
11	1	4	5	4	5	4	5	0	5
12	1	5	5	5	5	5	5	5	5
13	1	4	5	4	5	4	0	0	4
14	1	4	5	4	4	4	5	4	5
15	1	5	5	3	5	5	5	5	5
16	1	5	5	4	3	5	5	5	5
17	1	5	5	4	4	5	5	5	5
18	1	4	5	4	4	4	5	5	5
19	1	5	5	5	5	5	4	5	5
20	1	5	5	3	5	5	4	0	5
21	1	5	5	3	5	5	5	5	5
22	1	5	5	5	5	5	5	5	5
23	1	5	5	4	4	5	5	5	5
24	1	4	5	4	4	4	5	4	4
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	3	5	5	5	5	5
27	1	5	5	4	4	5	5	5	5
28	1	5	5	3	5	5	5	5	5
29	1	5	5	5	5	5	5	5	5
30	1	5	5	3	5	5	5	5	5
31	1	4	5	5	5	5	5	5	5
32	1	5	5	3	5	5	5	5	5
33	1	4	5	4	5	5	5	5	5
34	1	5	5	5	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	3	5	5	5	5	5
37	1	5	5	5	5	5	5	5	5
38	1	5	5	3	4	5	5	5	4
39	1	5	5	5	5	5	5	5	5

Таким чином, повна автентичність векторів повністю підтверджує справедливість теореми і виведених автором формул.

6. КОНСТРУЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

6.1. ПЕРЕДУМОВИ РОЗРОБКИ МЕТОДУ КОНСТРУЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

З метою покращення характеристик створюваної математичної моделі введемо отримані обернені ваги у початкові емпіричні значення результативних ознак Y

$$Y_p = Y \sqrt{\frac{1}{P_Y}}. \quad (6.1)$$

Теорема 2. Якщо при повторному зрівноваженні ввести ваги зрівноваженої функції в емпіричні значення функції, то результати побудови нової математичної моделі будуть докорінно відрізнятися від першої при деякому поліпшенні окремих характеристик моделі без змоги її застосування.

Виконаємо повторне зрівноваження і порівняємо отримані результати з результатами зрівноваження емпіричних даних. Вихідними даними зрівноваження буде матриця коефіцієнтів початкових рівнянь X і вектор Y_p .

Крайнім лівим стовпчиком в приведеній нижче таблиці і крайнім верхнім рядком (і у всіх інших випадках представлення матриць) позначені відповідні чарунки в розрахунковому файлі MS EXCEL.

Таблиця 6.1. Вихідні дані і результати повторного зрівноваження

№	DK	DU	DV	DX
1	$\sqrt{(1/Py')}$	$Y\sqrt{(1/Py')}$	$a(i)''$	Y''
2	0,698358	69,83584		44,01012
3	0,293155	26,38399		28,92487
4	0,293155	26,38399		28,92487
5	0,275546	27,55457		28,90873
6	1	89		89
7	0,371254	33,04163		42,4786
8	0,293155	27,84977		28,92487
9	0,428907	42,89071		28,90065
10	0,293155	26,38399		28,92487
11	0,787642	70,10015		67,09379
12	0,293155	29,31554		28,92487
13	0,97222	77,77763	407,9633	80,84122
14	0,512963	45,65367	-12,1966	61,09808
15	0,275546	24,79911	-27,91	28,90873
16	0,684959	68,49594	0,008071	56,05655
17	0,339126	30,52132	-13,5699	42,48667
18	0,564335	56,43349	-1,52344	56,20668
19	0,384923	38,49229	0,494262	28,43061
20	0,754906	58,12774	-4,8914	52,87145
21	0,275546	21,21702	-16,2187	28,90873
22	0,293155	29,31554		28,92487
23	0,339126	33,91258		42,48667
24	0,741844	66,76593		77,31683
25	0,275546	27,55457		28,90873
26	0,275546	27,55457		28,90873
27	0,339126	33,91258		42,48667
28	0,275546	27,55457		28,90873
29	0,293155	29,31554		28,92487
30	0,275546	27,55457		28,90873
31	0,619005	52,6154		41,12143
32	0,275546	24,79911		28,90873
33	0,616057	55,4451		41,11336
34	0,293155	25,21137		28,92487
35	0,275546	23,69693		28,90873
36	0,275546	27,55457		28,90873
37	0,293155	26,38399		28,92487
38	0,761177	72,31184		58,69735
39	0,293155	29,31554		28,92487
40	16,60294	1531,033		1531,033

Повторне зрівноваження з врахуванням обернених ваг функції													
	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	Y''	$\chi^2(1/Py)$		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0		=ai		
86	-16,2187	-4,8914	0,494262	-1,52344	-13,5639	0,008071	-27,91	-12,1966	407,9633				
87	7,375697	1,680329	2,777214	7,015357	3,550667	1,834205	10,85206	5,96927	57,94785		стандарт Sai=S\vdii		
88	0,801128	9,449005	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		R^2	μ	
89	14,80282	29	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		Критерій	n-m-1	
90	10430,35	2589,227	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		[[Y'-Ycp)]^2/[N]		
91	Fтабл. =	2,278251	Статистична значущість коефіцієнтів										
92	-2,19894	-2,91098	0,177971	-0,21716	-3,82178	0,0044	-2,57186	-2,04322	7,04018	t табл. =	2,042272		

Результати зрівноваження емпіричних даних (перше зрівноваження)													
	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	Y'	Перше зр.		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0				
97	2,43821	2,586372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228		=ai		
98	4,991008	1,13705	1,879293	4,747172	2,402676	1,241175	7,343406	4,039303	39,21232		стандарт Sai=S\vdii		
99	0,350193	6,393981	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		R^2	μ	
100	1,953581	29	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		Критерій	n-m-1	
101	638,946	1185,607	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д		[[Y'-Ycp)]^2/[N]		
102	Fтабл. =	2,278251	Статистична значущість коефіцієнтів										
103	0,48652	2,273754	0,01975	-1,47001	-0,40247	-0,05947	0,708199	1,422908	1,389672	t табл. =	2,042272		

Порівнюючи результати побудованої математичної моделі з врахуванням обернених ваг функції, отриманих із

попереднього зрівноваження, необхідно відмітити, що вибірковий коефіцієнт множинної детермінації став $R^2=0.801128$ при попередньому значенні $R^2=0.350193$; розрахунковий F-критерій склав 14,60282 при попередньому значенні $F=1,953581$ і табличному значенні $F_{табл.}=2,278251$.

І якщо в першому випадку лише один коефіцієнт був статистично значимим за t-критерієм значущості стьюдента, то у випадку врахування обернених ваг функції, статус статистично значущих коефіцієнтів набули сім коефіцієнтів..

Однак, значення повторно зрівноваженої функції Y_p абсолютно не задовольняє оцінювання знань студентів по 100 бальній шкалі ECST, при цьому $\mu=9,449$ замість $\mu=6,394$.

Теорема 3. Якщо при повторному зрівноваженні ввести ваги зрівноваженої функції в емпіричні значення функції і аргументів, то результати побудови нової математичної моделі будуть докорінно відрізнятись від першої при деякому поліпшенні окремих характеристик моделі без змоги її застосування.

Продовжуючи наші дослідження, введемо обернені ваги і в коефіцієнти початкових рівнянь матриці X , ставлячи умову, щоб сума квадратних коренів обернених ваг аргументів дорівнювала б квадратним кореням обернених ваг функції, тобто

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{1}{P_Y}} &= \sqrt{\frac{1}{P_{X1}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X2}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X3}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X4}}} + \\ &\sqrt{\frac{1}{P_{X5}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X6}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X7}}} + \sqrt{\frac{1}{P_{X8}}} . \end{aligned} \quad (6.2)$$

При цьому в одиничні коефіцієнти $X_0=1$ обернені ваги не водяться, тобто

$$X_p = \frac{1}{8} X \sqrt{\frac{1}{P_Y}} . \quad (6.3)$$

Таблиця 6.2. Коефіцієнти початкових рівнянь при

$$Y_p = Y \sqrt{1/P_Y} \text{ і } X_p = 0,125 X \sqrt{1/P_Y}.$$

№	DL	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT
1	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
2	1	0,4364	0,4364	0,3491	0,3491	0,3491	0,4364	0,4364	0,4364
3	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
4	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
5	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
6	1	0,5	0,5	0,375	0,5	0,5	0,625	0,5	0,625
7	1	0,2320	0,2320	0,1392	0,1856	0,2320	0,2320	0,2320	0,2320
8	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
9	1	0,2680	0,2680	0,1072	0,2680	0,2680	0,2680	0,2680	0,2680
10	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
11	1	0,3938	0,4922	0,3938	0,4922	0,3938	0,4922	0	0,4922
12	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
13	1	0,486	0,6076	0,486	0,6076	0,4861	0	0	0,486
14	1	0,2564	0,3206	0,2564	0,2564	0,2564	0,3206	0,2564	0,3206
15	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
16	1	0,4281	0,4281	0,3424	0,2568	0,4281	0,4281	0,4281	0,4281
17	1	0,2119	0,2119	0,1695	0,1695	0,2119	0,2119	0,2119	0,2119
18	1	0,2821	0,3527	0,2821	0,2821	0,2821	0,3527	0,3527	0,3527
19	1	0,2405	0,2405	0,2405	0,2405	0,2405	0,1924	0,2405	0,2405
20	1	0,4718	0,4718	0,2830	0,4718	0,4718	0,3774	0	0,4718
21	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
22	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
23	1	0,2119	0,2119	0,1695	0,1695	0,2119	0,2119	0,2119	0,2119
24	1	0,3709	0,4636	0,3709	0,3709	0,3709	0,4636	0,3709	0,3709
25	1	0,1722	0,1722	0,103	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
26	1	0,1722	0,1722	0,103	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
27	1	0,2119	0,2119	0,1695	0,1695	0,2119	0,2119	0,2119	0,2119
28	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
29	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
30	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
31	1	0,3095	0,3868	0,3868	0,3868	0,3868	0,3868	0,3868	0,3868
32	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
33	1	0,3080	0,3850	0,3080	0,3850	0,3850	0,3850	0,3850	0,3850
34	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
35	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
36	1	0,1722	0,1722	0,1033	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722	0,1722
37	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
38	1	0,4757	0,4757	0,2854	0,3805	0,4757	0,4757	0,4757	0,3805
39	1	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832	0,1832
40	38	9,6500	10,251	7,9808	9,4971	9,7171	9,6267	8,5232	10,067

Таблиця 6.3.Результати зрівноваження

№	DK	DU	DV	DW
1	$\sqrt{(1/Py')}$	$Y\sqrt{(1/Py')}$	$a(i)''$	$Y''\text{по}Y\rho iX\rho$
2	0,698358	69,83584	-2,40098	44,01012
3	0,293155	26,38399	54,01846	28,92487
4	0,293155	26,38399	92,85326	28,92487
5	0,275546	27,55457	-3,62539	28,90873
6	1	89	6,056369	89
7	0,371254	33,04163	-64,5066	42,4786
8	0,293155	27,84977	-0,47376	28,92487
9	0,428907	42,89071	25,75809	28,90065
10	0,293155	26,38399	52,87599	28,92487
11	0,787642	70,10015		67,09379
12	0,293155	29,31554		28,92487
13	0,97222	77,77763		80,84122
14	0,512963	45,65367		61,09808
15	0,275546	24,79911		28,90873
16	0,684959	68,49594		56,05655
17	0,339126	30,52132		42,48667
18	0,564335	56,43349		56,20668
19	0,384923	38,49229		28,43061
20	0,754906	58,12774		52,87145
21	0,275546	21,21702		28,90873
22	0,293155	29,31554		28,92487
23	0,339126	33,91258		42,48667
24	0,741844	66,76593		77,31683
25	0,275546	27,55457		28,90873
26	0,275546	27,55457		28,90873
27	0,339126	33,91258		42,48667
28	0,275546	27,55457		28,90873
29	0,293155	29,31554		28,92487
30	0,275546	27,55457		28,90873
31	0,619005	52,6154		41,12143
32	0,275546	24,79911		28,90873
33	0,616057	55,4451		41,11336
34	0,293155	25,21137		28,92487
35	0,275546	23,69693		28,90873
36	0,275546	27,55457		28,90873
37	0,293155	26,38399		28,92487
38	0,761177	72,31184		58,69735
39	0,293155	29,31554		28,92487
40	16,60294	1531,033		1531,033

		Зрівноваження з врахуванням обернених ваг функцій і аргументів											
DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	$Y\sqrt{1/P_Y}$	$\sqrt{1/P_Y}/B$			
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0					
45	52,87599	-0,47376	-64,50666	6,056369	-3,62539	92,86326	54,01846	-2,40098	=a1				
46	18,88284	5,902649	23,29419	17,51003	11,69804	24,46319	24,1496	1,393203	стандарт Sai=S*di1				
47	0,985583	2,544126	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R²	μ			
48	247,8124	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Ф критерій	n-m-1			
49	12831,87	187,7047	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y_i - Y_{cp})^2 / V]$				
50	Гтабл. =	2,278251	Статистична значущість коефіцієнтів										
51	2,800214	4,363819	-0,06328	-2,76921	0,34588	-0,30991	3,795632	2,238826	-1,72335	t(0,05;30) =	2,042272		

Таблиця 6.4. Коефіцієнти початкових рівнянь при $Y_p = Y\sqrt{1/P_Y}$ і

$$X_p = X\sqrt{1/P_Y}$$

№	AV	AW	AX	AY	AZ	BA	BB	BC	BD	BE
1	Y _P	X0 _P	X1 _P	X2 _P	X3 _P	X4 _P	X5 _P	X6 _P	X7 _P	X7 _P
2	69,8358	0,6984	3,4918	3,4918	2,7934	2,7934	2,7934	3,4918	3,4918	3,4918
3	26,3840	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
4	26,3840	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
5	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
6	89,0000	1,0000	4,0000	4,0000	3,0000	4,0000	4,0000	5,0000	4,0000	4,0000
7	33,0416	0,3713	1,8563	1,8563	1,1138	1,4850	1,8563	1,8563	1,8563	1,8563
8	27,8498	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
9	42,8907	0,4289	2,1445	2,1445	0,8578	2,1445	2,1445	2,1445	2,1445	2,1445
10	26,3840	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
11	70,1002	0,7876	3,1506	3,9382	3,1506	3,9382	3,1506	3,9382	0,0000	0,0000
12	29,3155	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
13	77,7776	0,9722	3,8889	4,8611	3,8889	4,8611	3,8889	0,0000	0,0000	0,0000
14	45,6537	0,5130	2,0519	2,5648	2,0519	2,0519	2,0519	2,5648	2,0519	2,0519
15	24,7991	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
16	68,4959	0,6850	3,4248	3,4248	2,7398	2,0549	3,4248	3,4248	3,4248	3,4248
17	30,5213	0,3391	1,6956	1,6956	1,3565	1,3565	1,6956	1,6956	1,6956	1,6956
18	56,4335	0,5643	2,2573	2,8217	2,2573	2,2573	2,2573	2,8217	2,8217	2,8217
19	38,4923	0,3849	1,9246	1,9246	1,9246	1,9246	1,9246	1,5397	1,9246	1,9246
20	58,1277	0,7549	3,7745	3,7745	2,2647	3,7745	3,7745	3,0196	0,0000	0,0000
21	21,2170	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
22	29,3155	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
23	33,9126	0,3391	1,6956	1,6956	1,3565	1,3565	1,6956	1,6956	1,6956	1,6956
24	66,7659	0,7418	2,9674	3,7092	2,9674	2,9674	2,9674	3,7092	2,9674	2,9674
25	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
26	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
27	33,9126	0,3391	1,6956	1,6956	1,3565	1,3565	1,6956	1,6956	1,6956	1,6956
28	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
29	29,3155	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
30	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
31	52,6154	0,6190	2,4760	3,0950	3,0950	3,0950	3,0950	3,0950	3,0950	3,0950
32	24,7991	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
33	55,4451	0,6161	2,4642	3,0803	2,4642	3,0803	3,0803	3,0803	3,0803	3,0803
34	25,2114	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
35	23,6969	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
36	27,5546	0,2755	1,3777	1,3777	0,8266	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777	1,3777
37	26,3840	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
38	72,3118	0,7612	3,8059	3,8059	2,2835	3,0447	3,8059	3,8059	3,8059	3,8059
39	29,3155	0,2932	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658	1,4658
40	1531,033	16,602	77,200	82,014	63,846	75,977	77,737	77,013	68,186	68,186

Таблиця 6.5. Результати зрівноваження

№	AC	A	AV	AU	BF
1	$\sqrt{(1/Py)}$	Y	$Y\sqrt{(1/Py)}$	a(i)''	$Y''\text{по}Y\text{piXp}$
2	0,698358	100	69,8358	56,32894	71,09434
3	0,293155	90	26,3840	4,823644	27,32565
4	0,293155	90	26,3840	6,057078	27,32565
5	0,275546	100	27,5546	-0,11998	25,75033
6	1	89	89,0000	-1,60684	88,72686
7	0,371254	89	33,0416	-6,86312	35,29105
8	0,293155	95	27,8498	0,421536	27,32565
9	0,428907	100	42,8907	2,314492	40,13374
10	0,293155	90	26,3840	2,349838	27,32565
11	0,787642	89	70,1002		66,00374
12	0,293155	100	29,3155		27,32565
13	0,97222	80	77,7776		77,13755
14	0,512963	89	45,6537		48,55907
15	0,275546	90	24,7991		25,75033
16	0,684959	100	68,4959		66,12997
17	0,339126	90	30,5213		32,19626
18	0,564335	100	56,4335		54,72832
19	0,384923	100	38,4923		35,71723
20	0,754906	77	58,1277		61,49319
21	0,275546	77	21,2170		25,75033
22	0,293155	100	29,3155		27,32565
23	0,339126	100	33,9126		32,19626
24	0,741844	90	66,7659		68,48264
25	0,275546	100	27,5546		25,75033
26	0,275546	100	27,5546		25,75033
27	0,339126	100	33,9126		32,19626
28	0,275546	100	27,5546		25,75033
29	0,293155	100	29,3155		27,32565
30	0,275546	100	27,5546		25,75033
31	0,619005	85	52,6154		54,7129
32	0,275546	90	24,7991		25,75033
33	0,616057	90	55,4451		54,52625
34	0,293155	86	25,2114		27,32565
35	0,275546	86	23,6969		25,75033
36	0,275546	100	27,5546		25,75033
37	0,293155	90	26,3840		27,32565
38	0,761177	95	72,3118		70,56807
39	0,293155	100	29,3155		27,32565
40	16,60294	3547	1531,033		1520,653

Зрівноваження з врахуванням обернених ваг функцій і аргументів										
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y \cdot \chi(1/P_Y)$	$X1 \cdot \chi(1/P_Y)$
2,349838	2,314492	0,421536	-6,86312	-1,60684	-0,11988	6,057078	4,823644	56,32894	=a1	
2,794583	0,776416	0,887105	2,736839	2,243171	1,35838	3,628431	2,899947	23,09616	стандарт Sai=S\vdiii	
0,988109	2,351415	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	R ^{o2}	μ
258,5238	28	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	F критерій	n-m-1
12864,76	154,8163	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	$[(Y_i - Y_{cp})^2 / \sum [Y_i - Y_{cp}]^2]$	
0,840865	2,980997	0,475181	-2,5086	-0,71633	-0,08833	1,669338	1,663356	2,438887	t(0,05,30)=	2,042272

Теорема 4. Якщо при повторному зрівноваженні ввести ваги зрівноваженої функції в коефіцієнти початкових рівнянь, а замість емпіричних значень функції Y взяти зрівноважені попередньо значення Y' , то характеристики і оцінки точності елементів нової моделі значно поліпшаться і сама математична модель Y'' буде близькою до першої, що обумовлює адекватність її застосування.

За формулою

$$= \text{ЛИНЕЙН}(M2:M39;DM2:DT39;1;1) \quad (6.4)$$

отримали

	Зрівноваження з врахуванням обернених ваг функцій і істинних значень аргументів										F-таблиця		
	DM	DN	DO	DP	DQ	DR	DS	DT	DU	DV	DW		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	Y'	Y''	=a1	$\sqrt{(1/P_y) \cdot 8}$
66	5,041016	21,73978	-4,01621	-77,7622	-28,6737	-0,663202	16,35141	55,55226	96,81957				
66	5,170252	1,616186	2,049654	6,378111	4,794366	3,203004	6,698191	6,612328	0,381469	стандарт	$\Delta a = S_{\Delta a}$		
67	0,97976	0,696599	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	R ²	μ		
68	160,9668	29	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	F-критерій	n-n-1		
69	624,8737	14,07226	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	$[(Y' - \text{сп})^2 / V]$			
70	0,976004	13,45129	-1,95926	-12,192	-5,9607	-0,20706	2,441169	8,401316	253,8075	$(0,05; 30) =$	2,042272		

Таблиця 6.6. Результати зрівноваження

№	A	M	№	DG	DH	DF
1	Y	Y'зрівн.	61	a	Y''(Y')	V''=Y''-Y'
2	100	102,4597	62	96,81957	100,743	-1,7167
3	90	94,4405	63	55,55226	94,54197	0,1015
4	90	94,4405	64	16,35141	94,54197	0,1015
5	100	94,5881	65	-0,6632	94,72447	0,1363
6	89	89,0000	66	-28,6737	90,81516	1,8152
7	89	95,5551	67	-77,7622	95,32741	-0,2277
8	95	94,4405	68	-4,01621	94,54197	0,1015
9	100	94,6619	69	21,73978	93,59395	-1,0680
10	90	94,4405	70	5,041016	94,54197	0,1015
11	89	82,8183	71		82,25017	-0,5681
12	100	94,4405	72		94,54197	0,1015
13	80	80,1945	73		80,66372	0,4692
14	89	94,1268	74		94,74547	0,6187
15	90	94,5881	75		94,72447	0,1363
16	100	96,4483	76		96,4648	0,0165
17	90	95,4813	77		95,42843	-0,0529
18	100	96,7122	78		96,07132	-0,6408
19	100	94,4034	79		94,02225	-0,3811
20	77	81,6242	80		81,20148	-0,4227
21	77	94,5881	81		94,72447	0,1363
22	100	94,4405	82		94,54197	0,1015
23	100	95,4813	83		95,42843	-0,0529
24	90	91,6886	84		93,35256	1,6640
25	100	94,5881	85		94,72447	0,1363
26	100	94,5881	86		94,72447	0,1363
27	100	95,4813	87		95,42843	-0,0529
28	100	94,5881	88		94,72447	0,1363
29	100	94,4405	89		94,54197	0,1015
30	100	94,5881	90		94,72447	0,1363
31	85	88,6930	91		87,71197	-0,9810
32	90	94,5881	92		94,72447	0,1363
33	90	88,7668	93		87,80642	-0,9603
34	86	94,4405	94		94,54197	0,1015
35	86	94,5881	95		94,72447	0,1363
36	100	94,5881	96		94,72447	0,1363
37	90	94,4405	97		94,54197	0,1015
38	95	93,1169	98		93,28057	0,1636
39	100	94,4405	99		94,54197	0,1015
40	3547	3547	100		3547	0,0000

Таким чином, знаючи обернені ваги зрівноваженої функції, нам вдалось покращити характеристики моделі в оптимальному режимі і доказати теорему 4.

Але, досліджуючи введення ваг, ми помітили цікаву обставину, що вводячи той чи інший відсоток абсолютних похибок, побудованої нами математичної моделі до істинних значень функції, ми можемо конструювати математичну модель з необхідними нам оцінками і параметрами.

6.2. РОЗРОБКА МЕТОДУ КОНСТРУЮВАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ

Виконаємо конструювання математичної моделі за формулою

$$Y_k = -kV + Y' . \quad (6.5)$$

Коефіцієнт K призначається в межах $[0.01, \dots, 0.99]$. При цьому за істинну модель приймаємо побудовану за способом найменших квадратів модель Y' .

Ми стверджуємо теорему

Теорема 5. Якщо в емпіричні або зрівноважені значення функції ввести (відняти) абсолютні відхилення результатів зрівноваження у будь-якому відсотковому відношенні, то значення коефіцієнтів при цьому не зміняться і не зміняться значення зрівноваженої функції, тобто формула математичної моделі залишиться незмінною при зміні коефіцієнта детермінації, середніх квадратичних похибок одиниці ваги і коефіцієнтів, тобто буде змінюватись статистична значущість самих коефіцієнтів і критерія Фішера.

Побудуємо математичну модель при $K = 0,98$ за формулою
=ЛИНЕЙН(FL2:FL39;DC2:DJ39;1;1)

Таблиця 6.7. Коефіцієнти початкових рівнянь матриці X

	DB	DC	DD	DE	DF	DG	DH	DI	DJ
1	X0	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8
2	1	5	5	4	4	4	5	5	5
3	1	5	5	5	5	5	5	5	5
4	1	5	5	5	5	5	5	5	5
5	1	5	5	3	5	5	5	5	5
6	1	4	4	3	4	4	5	4	5
7	1	5	5	3	4	5	5	5	5
8	1	5	5	5	5	5	5	5	5
9	1	5	5	2	5	5	5	5	5
10	1	5	5	5	5	5	5	5	5
11	1	4	5	4	5	4	5	0	5
12	1	5	5	5	5	5	5	5	5
13	1	4	5	4	5	4	0	0	4
14	1	4	5	4	4	4	5	4	5
15	1	5	5	3	5	5	5	5	5
16	1	5	5	4	3	5	5	5	5
17	1	5	5	4	4	5	5	5	5
18	1	4	5	4	4	4	5	5	5
19	1	5	5	5	5	5	4	5	5
20	1	5	5	3	5	5	4	0	5
21	1	5	5	3	5	5	5	5	5
22	1	5	5	5	5	5	5	5	5
23	1	5	5	4	4	5	5	5	5
24	1	4	5	4	4	4	5	4	4
25	1	5	5	3	5	5	5	5	5
26	1	5	5	3	5	5	5	5	5
27	1	5	5	4	4	5	5	5	5
28	1	5	5	3	5	5	5	5	5
29	1	5	5	5	5	5	5	5	5
30	1	5	5	3	5	5	5	5	5
31	1	4	5	5	5	5	5	5	5
32	1	5	5	3	5	5	5	5	5
33	1	4	5	4	5	5	5	5	5
34	1	5	5	5	5	5	5	5	5
35	1	5	5	3	5	5	5	5	5
36	1	5	5	3	5	5	5	5	5
37	1	5	5	5	5	5	5	5	5
38	1	5	5	3	4	5	5	5	4
39	1	5	5	5	5	5	5	5	5

		Конструювання 2% моделі $K=0,98$										$Y_p=Y+0,02V$			Табл.=	
FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	2,278251						
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y+0,02V$	FT	$2,278251$					
45	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228							
46	4,891188	1,114309	1,841708	4,652229	2,354622	1,216351	7,196538	3,958517	38,42808							
47	0,359443	6,286101	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R^2	μ					
48	2,034133	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	Ф критерій	n-m-1					
49	638,946	1138,657	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y-Y_{cp})^2/VV]$						
50	0,49849	2,320157	0,020153	-1,50001	-0,41069	-0,06068	0,722652	1,451947	1,418033	$t(0,05;30)=$	2,042272					

Таблиця 6.8. Результати побудови 2% моделі

№	M	N	FK	FL	FM	FN
1	У'зрівн.	V=Y-Y'	0,98V	Yp=0,98V+Y'	ai	F''
2	102,4597	-2,45971	-2,41052	100,0492	54,49228	102,4597
3	94,4405	-4,44051	-4,3517	90,08881	5,747557	94,44051
4	94,4405	-4,44051	-4,3517	90,08881	5,200595	94,44051
5	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176	-0,07381	94,58813
6	89,0000	0,00000	1,89E-12	89	-0,96701	89
7	95,5551	-6,55514	-6,42404	89,1311	-6,97838	95,55514
8	94,4405	0,55949	0,548303	94,98881	0,037116	94,44051
9	94,6619	5,33806	5,231298	99,89324	2,585372	94,66194
10	94,4405	-4,44051	-4,3517	90,08881	2,43821	94,44051
11	82,8183	6,18172	6,058083	88,87637		82,81828
12	94,4405	5,55949	5,448303	99,88881		94,44051
13	80,1945	-0,19449	-0,1906	80,00389		80,19449
14	94,1268	-5,12678	-5,02425	89,10254		94,12678
15	94,5881	-4,58813	-4,49637	90,09176		94,58813
16	96,4483	3,55165	3,480619	99,92897		96,44835
17	95,4813	-5,48133	-5,37171	90,10963		95,48133
18	96,7122	3,28784	3,222087	99,93424		96,71216
19	94,4034	5,59661	5,484677	99,88807		94,40339
20	81,6242	-4,62415	-4,53167	77,09248		81,62415
21	94,5881	-17,58813	-17,2364	77,35176		94,58813
22	94,4405	5,55949	5,448303	99,88881		94,44051
23	95,4813	4,51867	4,428294	99,90963		95,48133
24	91,6886	-1,68857	-1,6548	90,03377		91,68857
25	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176		94,58813
26	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176		94,58813
27	95,4813	4,51867	4,428294	99,90963		95,48133
28	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176		94,58813
29	94,4405	5,55949	5,448303	99,88881		94,44051
30	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176		94,58813
31	88,6930	-3,69295	-3,61909	85,07386		88,69295
32	94,5881	-4,58813	-4,49637	90,09176		94,58813
33	88,7668	1,23324	1,208573	89,97534		88,76676
34	94,4405	-8,44051	-8,2717	86,16881		94,44051
35	94,5881	-8,58813	-8,41637	86,17176		94,58813
36	94,5881	5,41187	5,303633	99,89176		94,58813
37	94,4405	-4,44051	-4,3517	90,08881		94,44051
38	93,1169	1,88307	1,845404	94,96234		93,11693
39	94,4405	5,55949	5,448303	99,88881		94,44051
40	3547	0,00000	2,11E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,02$

	Конструювання 98% моделі $K=0,02$										$Y_p=Y'+0,02V$	Табл=	2,278251
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y'+0,02V$	=a1		
54	2,43821	2,586372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200695	5,747557	54,49228				
55	0,09982	0,022741	0,037586	0,094943	0,048054	0,024823	0,146868	0,080786	0,784246				
56	0,999258	0,12788	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
57	4883,953	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
58	638,946	0,474243	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
59	24,42802	113,6877	0,987511	-73,5004	-20,1237	-2,97344	35,40997	71,1454	69,48362	10,05,30	=	2,042272	

Таблиця 6.9. Результати побудови 98% моделі

№	FO	FP	FQ	FR
1	0,02V	$Y_p=0,02V+Y'$	ai	F''
2	-0,04919	102,4105	54,49228	102,4597
3	-0,08881	94,3517	5,747557	94,44051
4	-0,08881	94,3517	5,200595	94,44051
5	0,108237	94,69637	-0,07381	94,58813
6	3,87E-14	89	-0,96701	89
7	-0,1311	95,42404	-6,97838	95,55514
8	0,01119	94,4517	0,037116	94,44051
9	0,106761	94,7687	2,585372	94,66194
10	-0,08881	94,3517	2,43821	94,44051
11	0,123634	82,94192		82,81828
12	0,11119	94,5517		94,44051
13	-0,00389	80,1906		80,19449
14	-0,10254	94,02425		94,12678
15	-0,09176	94,49637		94,58813
16	0,071033	96,51938		96,44835
17	-0,10963	95,37171		95,48133
18	0,065757	96,77791		96,71216
19	0,111932	94,51532		94,40339
20	-0,09248	81,53167		81,62415
21	-0,35176	94,23637		94,58813
22	0,11119	94,5517		94,44051
23	0,090373	95,57171		95,48133
24	-0,03377	91,6548		91,68857
25	0,108237	94,69637		94,58813
26	0,108237	94,69637		94,58813
27	0,090373	95,57171		95,48133
28	0,108237	94,69637		94,58813
29	0,11119	94,5517		94,44051
30	0,108237	94,69637		94,58813
31	-0,07386	88,61909		88,69295
32	-0,09176	94,49637		94,58813
33	0,024665	88,79143		88,76676
34	-0,16881	94,2717		94,44051
35	-0,17176	94,41637		94,58813
36	0,108237	94,69637		94,58813
37	-0,08881	94,3517		94,44051
38	0,037661	93,1546		93,11693
39	0,11119	94,5517		94,44051
40	4,3E-12	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,10$

	FK	Конструювання 90% моделі $K=0,10$										$Y_p=Y+0,1V$			Fтабл= 2,278251
		FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU				
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y+0,1V$	=a1	стандарт	R^2	F критерій	$n-m-1$
64	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228						
65	0,499101	0,113705	0,187929	0,474717	0,240268	0,124117	0,734341	0,403993	3,921232						
66	0,981782	0,639398	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
67	195,3581	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
68	638,946	11,85607	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
69	4,885205	22,73754	0,197502	-14,7001	-4,02474	-0,59469	7,081993	14,22908	13,89672	$t(0,05;30)= 2,042272$					

Таблица 6.10.Результати побудови 90% моделі

№	FS	FT	FU	FV
1	0,1V	$Y_p=0,1V+Y'$	ai	F''
2	-0,24597	102,2137	54,49228	102,4597
3	-0,44405	93,99646	5,747557	94,44051
4	-0,44405	93,99646	5,200595	94,44051
5	0,541187	95,12932	-0,07381	94,58813
6	1,93E-13	89	-0,96701	89
7	-0,65551	94,89963	-6,97838	95,55514
8	0,055949	94,49646	0,037116	94,44051
9	0,533806	95,19575	2,585372	94,66194
10	-0,44405	93,99646	2,43821	94,44051
11	0,618172	83,43645		82,81828
12	0,555949	94,99646		94,44051
13	-0,01945	80,17504		80,19449
14	-0,51268	93,61411		94,12678
15	-0,45881	94,12932		94,58813
16	0,355165	96,80351		96,44835
17	-0,54813	94,9332		95,48133
18	0,328784	97,04094		96,71216
19	0,559661	94,96305		94,40339
20	-0,46242	81,16174		81,62415
21	-1,75881	92,82932		94,58813
22	0,555949	94,99646		94,44051
23	0,451867	95,9332		95,48133
24	-0,16886	91,51972		91,68857
25	0,541187	95,12932		94,58813
26	0,541187	95,12932		94,58813
27	0,451867	95,9332		95,48133
28	0,541187	95,12932		94,58813
29	0,555949	94,99646		94,44051
30	0,541187	95,12932		94,58813
31	-0,3693	88,32366		88,69295
32	-0,45881	94,12932		94,58813
33	0,123324	88,89009		88,76676
34	-0,84405	93,59646		94,44051
35	-0,85881	93,72932		94,58813
36	0,541187	95,12932		94,58813
37	-0,44405	93,99646		94,44051
38	0,188307	93,30524		93,11693
39	0,555949	94,99646		94,44051
40	2,15E-11	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,20$

	Конструювання 80% моделі $K=0,20$										$Y_p=Y'+0,2V$		Fтабл=		
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU				
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y'+0,2V$	$=a_i$				
74	2,43821	2,596372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200695	5,747557	54,49228						
75	0,998202	0,22741	0,375859	0,949434	0,480535	0,248235	1,468681	0,807861	7,842465						
76	0,930906	1,278796	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д
77	48,83953	29	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д
78	638,946	47,42427	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д
79	2,442602	11,36877	0,098751	-7,35004	-2,01237	-0,29734	3,540997	7,11454	6,948362	2,042272					

Таблиця 6.11.Результати побудови 80% моделі

№	FW	FX	FY	FZ
1	0,2V	$Y_p=0,2V+Y'$	ai	F''
2	-0,49194	101,9678	54,49228	102,4597
3	-0,8881	93,55241	5,747557	94,44051
4	-0,8881	93,55241	5,200595	94,44051
5	1,082374	95,6705	-0,07381	94,58813
6	3,87E-13	89	-0,96701	89
7	-1,31103	94,24412	-6,97838	95,55514
8	0,111899	94,55241	0,037116	94,44051
9	1,067612	95,72955	2,585372	94,66194
10	-0,8881	93,55241	2,43821	94,44051
11	1,236343	84,05463		82,81828
12	1,111899	95,55241		94,44051
13	-0,0389	80,15559		80,19449
14	-1,02536	93,10143		94,12678
15	-0,91763	93,6705		94,58813
16	0,710331	97,15868		96,44835
17	-1,09627	94,38507		95,48133
18	0,657569	97,36972		96,71216
19	1,119322	95,52271		94,40339
20	-0,92483	80,69932		81,62415
21	-3,51763	91,0705		94,58813
22	1,111899	95,55241		94,44051
23	0,903733	96,38507		95,48133
24	-0,33771	91,35086		91,68857
25	1,082374	95,6705		94,58813
26	1,082374	95,6705		94,58813
27	0,903733	96,38507		95,48133
28	1,082374	95,6705		94,58813
29	1,111899	95,55241		94,44051
30	1,082374	95,6705		94,58813
31	-0,73859	87,95436		88,69295
32	-0,91763	93,6705		94,58813
33	0,246648	89,01341		88,76676
34	-1,6881	92,75241		94,44051
35	-1,71763	92,8705		94,58813
36	1,082374	95,6705		94,58813
37	-0,8881	93,55241		94,44051
38	0,376613	93,49355		93,11693
39	1,111899	95,55241		94,44051
40	4,3E-11	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,30$

	FK	Конструювання 70% моделі $K=0,30$										Fтабл=	2,278251	
		FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU			
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p = Y + 0,3V$		$Y_p = Y + 0,3V$	FT	FU
84	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228			=a1		
85	1,497302	0,341115	0,563788	1,424152	0,720803	0,372352	2,203022	1,211791	11,7637	стандарт		$\sigma a1 = S \cdot \Delta a1$		
86	0,856897	1,918194	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R ²		μ		
87	21,70646	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	F критерій		n-m-1		
88	638,946	106,7046	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	[[$(Y - Y_{cp})^2 / VV$]]				
89	1,628402	7,579179	0,066834	-4,90003	-1,34158	-0,19823	2,360664	4,743027	4,632241	$t(0,05;30) = 2,042272$				

Таблиця 6.12.Результати побудови 70% моделі

№	GA	GB	GC	GD
1	0,3V	$Y_p=0,3V+Y'$	ai	F''
2	-0,73791	101,7218	54,49228	102,4597
3	-1,33215	93,10836	5,747557	94,44051
4	-1,33215	93,10836	5,200595	94,44051
5	1,623561	96,21169	-0,07381	94,58813
6	5,8E-13	89	-0,96701	89
7	-1,96654	93,5886	-6,97838	95,55514
8	0,167848	94,60836	0,037116	94,44051
9	1,601418	96,26336	2,585372	94,66194
10	-1,33215	93,10836	2,43821	94,44051
11	1,854515	84,6728		82,81828
12	1,667848	96,10836		94,44051
13	-0,05835	80,13614		80,19449
14	-1,53804	92,58875		94,12678
15	-1,37644	93,21169		94,58813
16	1,065496	97,51384		96,44835
17	-1,6444	93,83693		95,48133
18	0,986353	97,69851		96,71216
19	1,678983	96,08237		94,40339
20	-1,38725	80,23691		81,62415
21	-5,27644	89,31169		94,58813
22	1,667848	96,10836		94,44051
23	1,3556	96,83693		95,48133
24	-0,50657	91,182		91,68857
25	1,623561	96,21169		94,58813
26	1,623561	96,21169		94,58813
27	1,3556	96,83693		95,48133
28	1,623561	96,21169		94,58813
29	1,667848	96,10836		94,44051
30	1,623561	96,21169		94,58813
31	-1,10789	87,58507		88,69295
32	-1,37644	93,21169		94,58813
33	0,369971	89,13673		88,76676
34	-2,53215	91,90836		94,44051
35	-2,57644	92,01169		94,58813
36	1,623561	96,21169		94,58813
37	-1,33215	93,10836		94,44051
38	0,56492	93,68185		93,11693
39	1,667848	96,10836		94,44051
40	6,46E-11	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,40$

		Конструювання 60% моделі $K=0,40$										$Y_p=Y+0,4V$		Fтабл=		
FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU						
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y+0,4V$	$=a1$						
93	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228							
94	1,996403	0,45482	0,751717	1,898869	0,96107	0,49647	2,937362	1,615721	15,68493	стандарт	$\sigma a1=S\sqrt{d11}$					
95	0,771075	2,557592	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
96	12,20988	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
97	638,946	189,6971	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д
98	1,221301	5,684384	0,049376	-3,67502	-1,00618	-0,14867	1,770498	3,55727	3,474181	$t(0,05;30)=$	2,042272					

Таблиця 6.13.Результати побудови 60% моделі

№	GE	GF	GG	GH
1	0,4V	$Y_p=0,4V+Y'$	ai	F''
2	-0,98389	101,4758	54,49228	102,45971
3	-1,7762	92,6643	5,747557	94,440507
4	-1,7762	92,6643	5,200595	94,440507
5	2,164748	96,75288	-0,07381	94,58813
6	7,73E-13	89	-0,96701	89
7	-2,62206	92,93309	-6,97838	95,555144
8	0,223797	94,6643	0,037116	94,440507
9	2,135224	96,79716	2,585372	94,661941
10	-1,7762	92,6643	2,43821	94,440507
11	2,472687	85,29097		82,818283
12	2,223797	96,6643		94,440507
13	-0,0778	80,11669		80,194491
14	-2,05071	92,07607		94,126784
15	-1,83525	92,75288		94,58813
16	1,420661	97,86901		96,448347
17	-2,19253	93,2888		95,481333
18	1,315138	98,02729		96,712156
19	2,238644	96,64203		94,403391
20	-1,84966	79,77449		81,624155
21	-7,03525	87,55288		94,58813
22	2,223797	96,6643		94,440507
23	1,807467	97,2888		95,481333
24	-0,67543	91,01314		91,688574
25	2,164748	96,75288		94,58813
26	2,164748	96,75288		94,58813
27	1,807467	97,2888		95,481333
28	2,164748	96,75288		94,58813
29	2,223797	96,6643		94,440507
30	2,164748	96,75288		94,58813
31	-1,47718	87,21577		88,692951
32	-1,83525	92,75288		94,58813
33	0,493295	89,26006		88,766762
34	-3,3762	91,0643		94,440507
35	-3,43525	91,15288		94,58813
36	2,164748	96,75288		94,58813
37	-1,7762	92,6643		94,440507
38	0,753226	93,87016		93,116935
39	2,223797	96,6643		94,440507
40	8,61E-11	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,50$

	Конструювання 50% моделі $K=0,50$										$Y_p = Y' + 0,5V$		Таблиця		
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU				
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p = Y' + 0,5V$	$= a_i$	стандарт	$\Delta a_i = S \cdot \Delta d_{ii}$	R^2	μ
103	2,43821	2,586372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200695	5,747557	54,49228						
104	2,495504	0,568525	0,939647	2,373586	1,201338	0,620587	3,671703	2,019652	19,60616						
105	0,688111	3,19699	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д						
106	7,814325	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д						
107	638,946	296,4017	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д						
108	0,977041	4,547507	0,0395	-2,94002	-0,80495	-0,11894	1,416399	2,845816	2,779345						

Таблиця 6.14.Результати побудови 50% моделі

№	GI	GJ	GK	GL
1	0,5V	$Y_p=0,5V+Y'$	ai	F''
2	-1,22986	101,2299	54,49228	102,4597
3	-2,22025	92,22025	5,747557	94,44051
4	-2,22025	92,22025	5,200595	94,44051
5	2,705935	97,29406	-0,07381	94,58813
6	9,66E-13	89	-0,96701	89
7	-3,27757	92,27757	-6,97838	95,55514
8	0,279746	94,72025	0,037116	94,44051
9	2,669029	97,33097	2,585372	94,66194
10	-2,22025	92,22025	2,43821	94,44051
11	3,090859	85,90914		82,81828
12	2,779746	97,22025		94,44051
13	-0,09725	80,09725		80,19449
14	-2,56339	91,56339		94,12678
15	-2,29406	92,29406		94,58813
16	1,775826	98,22417		96,44835
17	-2,74067	92,74067		95,48133
18	1,643922	98,35608		96,71216
19	2,798304	97,2017		94,40339
20	-2,31208	79,31208		81,62415
21	-8,79406	85,79406		94,58813
22	2,779746	97,22025		94,44051
23	2,259333	97,74067		95,48133
24	-0,84429	90,84429		91,68857
25	2,705935	97,29406		94,58813
26	2,705935	97,29406		94,58813
27	2,259333	97,74067		95,48133
28	2,705935	97,29406		94,58813
29	2,779746	97,22025		94,44051
30	2,705935	97,29406		94,58813
31	-1,84648	86,84648		88,69295
32	-2,29406	92,29406		94,58813
33	0,616619	89,38338		88,76676
34	-4,22025	90,22025		94,44051
35	-4,29406	90,29406		94,58813
36	2,705935	97,29406		94,58813
37	-2,22025	92,22025		94,44051
38	0,941533	94,05847		93,11693
39	2,779746	97,22025		94,44051
40	1,08E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,60$

	Конструювання 40% моделі $K=0,60$										Fтабл=	2,278251	
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FU			
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p = Y + 0,6V$	$Y_p = Y + 0,6V$	FT	FU
112	2,43821	2,586372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200695	5,747557	54,49228				
113	2,994605	0,68223	1,127576	2,848303	1,441606	0,744705	4,406044	2,423582	23,52739	стандарт	$\sigma a_i = S \cdot d_{ii}$		
114	0,599519	3,836388	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	R^2	ρ		
115	5,428615	29	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	F критерій	n-m-1		
116	638,946	426,8184	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	$[(Y' - Y_{cp})^2 / V]$			
117	0,814201	3,78959	0,032917	-2,45001	-0,67079	-0,09911	1,180332	2,371513	2,316121	$t(0,05;30) = 2,042272$			

Таблиця 6.15.Результати побудови 40% моделі

№	GM	GN	GO	GP
1	0,6V	$Y_p=0,6V+Y'$	ai	F''
2	-1,47583	100,9839	54,49228	102,4597
3	-2,6643	91,7762	5,747557	94,44051
4	-2,6643	91,7762	5,200595	94,44051
5	3,247122	97,83525	-0,07381	94,58813
6	1,16E-12	89	-0,96701	89
7	-3,93309	91,62206	-6,97838	95,55514
8	0,335696	94,7762	0,037116	94,44051
9	3,202835	97,86478	2,585372	94,66194
10	-2,6643	91,7762	2,43821	94,44051
11	3,70903	86,52731		82,81828
12	3,335696	97,7762		94,44051
13	-0,11669	80,0778		80,19449
14	-3,07607	91,05071		94,12678
15	-2,75288	91,83525		94,58813
16	2,130992	98,57934		96,44835
17	-3,2888	92,19253		95,48133
18	1,972707	98,68486		96,71216
19	3,357965	97,76136		94,40339
20	-2,77449	78,84966		81,62415
21	-10,5529	84,03525		94,58813
22	3,335696	97,7762		94,44051
23	2,7112	98,19253		95,48133
24	-1,01314	90,67543		91,68857
25	3,247122	97,83525		94,58813
26	3,247122	97,83525		94,58813
27	2,7112	98,19253		95,48133
28	3,247122	97,83525		94,58813
29	3,335696	97,7762		94,44051
30	3,247122	97,83525		94,58813
31	-2,21577	86,47718		88,69295
32	-2,75288	91,83525		94,58813
33	0,739943	89,5067		88,76676
34	-5,0643	89,3762		94,44051
35	-5,15288	89,43525		94,58813
36	3,247122	97,83525		94,58813
37	-2,6643	91,7762		94,44051
38	1,129839	94,24677		93,11693
39	3,335696	97,7762		94,44051
40	1,29E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,70$

	Конструювання 30% моделі $K=0,70$										Yp=Y+0,7V	Fтабл=	2,278251	
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FU				
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0					
122	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228					
123	3,493706	0,795935	1,315505	3,323021	1,681873	0,868822	5,140384	2,827512	27,44863	стандарт Sai=S√dii				
124	0,523772	4,475786	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	R²	μ			
125	3,988901	29	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	F критерій	n-m-1			
126	638,946	580,9473	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	[(Yi-Ycp)²/ΣV]				
127	0,697886	3,24822	0,028215	-2,10001	-0,57496	-0,08496	1,011713	2,032726	1,985246	t(0,05;30)=	2,042272			

Таблиця 6.16.Результати побудови 30% моделі

№	GQ	GR	GS	GT
1	0,7V	$Y_p=0,7V+Y'$	ai	F''
2	-1,7218	100,7379	54,49228	102,4597
3	-3,10836	91,33215	5,747557	94,44051
4	-3,10836	91,33215	5,200595	94,44051
5	3,788309	98,37644	-0,07381	94,58813
6	1,35E-12	89	-0,96701	89
7	-4,5886	90,96654	-6,97838	95,55514
8	0,391645	94,83215	0,037116	94,44051
9	3,736641	98,39858	2,585372	94,66194
10	-3,10836	91,33215	2,43821	94,44051
11	4,327202	87,14548		82,81828
12	3,891645	98,33215		94,44051
13	-0,13614	80,05835		80,19449
14	-3,58875	90,53804		94,12678
15	-3,21169	91,37644		94,58813
16	2,486157	98,9345		96,44835
17	-3,83693	91,6444		95,48133
18	2,301491	99,01365		96,71216
19	3,917626	98,32102		94,40339
20	-3,23691	78,38725		81,62415
21	-12,3117	82,27644		94,58813
22	3,891645	98,33215		94,44051
23	3,163067	98,6444		95,48133
24	-1,182	90,50657		91,68857
25	3,788309	98,37644		94,58813
26	3,788309	98,37644		94,58813
27	3,163067	98,6444		95,48133
28	3,788309	98,37644		94,58813
29	3,891645	98,33215		94,44051
30	3,788309	98,37644		94,58813
31	-2,58507	86,10789		88,69295
32	-3,21169	91,37644		94,58813
33	0,863267	89,63003		88,76676
34	-5,90836	88,53215		94,44051
35	-6,01169	88,57644		94,58813
36	3,788309	98,37644		94,58813
37	-3,10836	91,33215		94,44051
38	1,318146	94,43508		93,11693
39	3,891645	98,33215		94,44051
40	1,51E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,80$

		Конструювання 20% моделі $K=0,80$							$Y_p=Y+0,8V$			Fтабл=	
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y+0,8V$	$=a_i$		
132	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97638	-0,96701	-0,07381	5,200595	5,747557	54,49228				
133	3,992806	0,90964	1,503435	3,797738	1,922141	0,99294	5,874725	3,231443	31,36986				
134	0,45713	5,115185	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д				
135	3,052471	29	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д				
136	638,946	758,7883	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д	#И/Д				
137	0,610651	2,842192	0,024688	-1,83751	-0,50309	-0,07434	0,885249	1,778635	1,73709				

Таблиця 6.17.Результати побудови 20% моделі

№	GU	GV	GW	GX
1	0,8V	$Y_p=0,8V+Y'$	ai	F''
2	-1,96777	100,4919	54,49228	102,4597
3	-3,55241	90,8881	5,747557	94,44051
4	-3,55241	90,8881	5,200595	94,44051
5	4,329496	98,91763	-0,07381	94,58813
6	1,55E-12	89	-0,96701	89
7	-5,24412	90,31103	-6,97838	95,55514
8	0,447594	94,8881	0,037116	94,44051
9	4,270447	98,93239	2,585372	94,66194
10	-3,55241	90,8881	2,43821	94,44051
11	4,945374	87,76366		82,81828
12	4,447594	98,8881		94,44051
13	-0,15559	80,0389		80,19449
14	-4,10143	90,02536		94,12678
15	-3,6705	90,91763		94,58813
16	2,841322	99,28967		96,44835
17	-4,38507	91,09627		95,48133
18	2,630275	99,34243		96,71216
19	4,477287	98,88068		94,40339
20	-3,69932	77,92483		81,62415
21	-14,0705	80,51763		94,58813
22	4,447594	98,8881		94,44051
23	3,614934	99,09627		95,48133
24	-1,35086	90,33771		91,68857
25	4,329496	98,91763		94,58813
26	4,329496	98,91763		94,58813
27	3,614934	99,09627		95,48133
28	4,329496	98,91763		94,58813
29	4,447594	98,8881		94,44051
30	4,329496	98,91763		94,58813
31	-2,95436	85,73859		88,69295
32	-3,6705	90,91763		94,58813
33	0,98659	89,75335		88,76676
34	-6,75241	87,6881		94,44051
35	-6,8705	87,71763		94,58813
36	4,329496	98,91763		94,58813
37	-3,55241	90,8881		94,44051
38	1,506452	94,62339		93,11693
39	4,447594	98,8881		94,44051
40	1,72E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,90$ і $Y_p=0,9V+Y'$

	FK	Конструювання 10% моделі $K=0,90$							$Y_p=Y'+0,9V$			Fтабл=	2,278251
		FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT	FU		
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y'+0,9V$	=a1		
142	2,43821	2,585372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200596	5,747557	54,49228				
143	4,491907	1,023345	1,691364	4,272455	2,162408	1,117057	6,609065	3,635373	35,29109	стандарт Sai=Sxdi			
144	0,399519	5,754583	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	R ²	μ		
145	2,411829	29	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	F критерій	n-m-1		
146	638,946	960,3414	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	#Н/Д	$[(Y'-Y_{cp})^2/\sum V]$			
147	0,542801	2,526393	0,021945	-1,63334	-0,44719	-0,06608	0,786888	1,581009	1,54408	$t(0,05;30)=$	2,042272		

Таблиця 6.18.Результати побудови 10% моделі

№	G _Y	G _Z	HA	HB
1	0,9V	Y _p =0,9V+Y'	ai	F''
2	-2,21374	100,246	54,49228	102,4597
3	-3,99646	90,44405	5,747557	94,44051
4	-3,99646	90,44405	5,200595	94,44051
5	4,870683	99,45881	-0,07381	94,58813
6	1,74E-12	89	-0,96701	89
7	-5,89963	89,65551	-6,97838	95,55514
8	0,503543	94,94405	0,037116	94,44051
9	4,804253	99,46619	2,585372	94,66194
10	-3,99646	90,44405	2,43821	94,44051
11	5,563546	88,38183		82,81828
12	5,003543	99,44405		94,44051
13	-0,17504	80,01945		80,19449
14	-4,61411	89,51268		94,12678
15	-4,12932	90,45881		94,58813
16	3,196487	99,64483		96,44835
17	-4,9332	90,54813		95,48133
18	2,95906	99,67122		96,71216
19	5,036948	99,44034		94,40339
20	-4,16174	77,46242		81,62415
21	-15,8293	78,75881		94,58813
22	5,003543	99,44405		94,44051
23	4,0668	99,54813		95,48133
24	-1,51972	90,16886		91,68857
25	4,870683	99,45881		94,58813
26	4,870683	99,45881		94,58813
27	4,0668	99,54813		95,48133
28	4,870683	99,45881		94,58813
29	5,003543	99,44405		94,44051
30	4,870683	99,45881		94,58813
31	-3,32366	85,3693		88,69295
32	-4,12932	90,45881		94,58813
33	1,109914	89,87668		88,76676
34	-7,59646	86,84405		94,44051
35	-7,72932	86,85881		94,58813
36	4,870683	99,45881		94,58813
37	-3,99646	90,44405		94,44051
38	1,694759	94,81169		93,11693
39	5,003543	99,44405		94,44051
40	1,94E-10	3547		3547

Побудуємо математичну модель при $K=0,90$ і $Y_p=0,9V+Y$

	Конструювання 10% моделі $K=0,90$										$Y_p=Y+0,9V$			Fтабл= FU			
	FK	FL	FM	FN	FO	FP	FQ	FR	FS	FT							
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$Y_p=Y+0,9V$	=a1	стандарт	$\sigma_{ai}=S\sqrt{d_{ii}}$	R^2	μ	F критерій n-m-1	$[(Y'-Y_{cp})^2/VV]$
152	2,43821	2,596372	0,037116	-6,97838	-0,96701	-0,07381	5,200695	5,747557	54,49228								
153	9,482915	2,160395	3,570657	9,019627	4,566084	2,358232	13,95247	7,674676	74,50342								
154	0,129894	12,14856	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D								
155	0,541158	29	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D								
156	638,946	4280,04	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D								
157	0,257116	1,196712	0,010395	-0,77369	-0,21183	-0,0313	0,372736	0,748899	0,731407								2,042272

Таблиця 6.19.Результати побудови 10% моделі

№	HC	HD	HE	HF
1	0,9V	$Y_p=0,9V+Y$	ai	F''
2	-2,21374	97,78626	54,49228	102,4597
3	-3,99646	86,00354	5,747557	94,44051
4	-3,99646	86,00354	5,200595	94,44051
5	4,870683	104,8707	-0,07381	94,58813
6	1,74E-12	89	-0,96701	89
7	-5,89963	83,10037	-6,97838	95,55514
8	0,503543	95,50354	0,037116	94,44051
9	4,804253	104,8043	2,585372	94,66194
10	-3,99646	86,00354	2,43821	94,44051
11	5,563546	94,56355		82,81828
12	5,003543	105,0035		94,44051
13	-0,17504	79,82496		80,19449
14	-4,61411	84,38589		94,12678
15	-4,12932	85,87068		94,58813
16	3,196487	103,1965		96,44835
17	-4,9332	85,0668		95,48133
18	2,95906	102,9591		96,71216
19	5,036948	105,0369		94,40339
20	-4,16174	72,83826		81,62415
21	-15,8293	61,17068		94,58813
22	5,003543	105,0035		94,44051
23	4,0668	104,0668		95,48133
24	-1,51972	88,48028		91,68857
25	4,870683	104,8707		94,58813
26	4,870683	104,8707		94,58813
27	4,0668	104,0668		95,48133
28	4,870683	104,8707		94,58813
29	5,003543	105,0035		94,44051
30	4,870683	104,8707		94,58813
31	-3,32366	81,67634		88,69295
32	-4,12932	85,87068		94,58813
33	1,109914	91,10991		88,76676
34	-7,59646	78,40354		94,44051
35	-7,72932	78,27068		94,58813
36	4,870683	104,8707		94,58813
37	-3,99646	86,00354		94,44051
38	1,694759	96,69476		93,11693
39	5,003543	105,0035		94,44051
40	1,94E-10	3547		3547

Приведені результати розрахунків повністю доказують теорему 5.

Теорема 6. Якщо в емпіричні значення функції Y ввести абсолютні похибки зрівноваження, поділені на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взяті із попереднього зрівноваження, то значно поліпшуються оцінки і характеристики в порівнянні з характеристиками попередньої моделі і отримана нова модель буде близькою до попередньої, що обумовлює адекватність її застосування.

Будуємо математичну модель при $Y=Y+V/P^{0.5}$

	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	Fr _{опр} =	2,278251	
42	2,502226	2,889887	-0,17515	-6,97288	-0,90792	-0,07375	4,931147	5,883286	55,17249	#/Д	=a1	
43	3,366628	0,764683	1,263883	3,192544	1,616836	0,834709	4,93866	2,716492	26,37087	#/Д	стандарт Sai=S _{вii}	
44	0,546822	4,300048	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	R ² μ	
45	4,368206	29	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	Факторий n-m-1	
46	644,6801	536,2219	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	$[(Y' \cdot C_{sp})^2 / V]$	
47	0,74548	3,491246	-0,13868	-2,18411	-0,56189	-0,08836	0,998601	2,16577	2,092175	#/Д	$[(Y' \cdot C_{sp})^2 / V] = 2,042272$	
48	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU	CV	CW
	Проведення розрахунків при $Y=Y+V/P^{0.5}$											

Таблиця 6.20. Результати побудови моделі при $Y=Y+V/P^{0.5}$

№	НС	СК	CL	СМ
1	Оцінка EST Y	a(i)	$Y+V/P^{0.5}$	Y''
2	100	55,17249	101,7178	102,4104
3	90	5,883296	91,30176	94,45584
4	90	4,931147	91,30176	94,45584
5	100	-0,07375	98,50878	94,60334
6	89	-0,90792	89	89
7	89	-6,97288	91,43363	95,51126
8	95	-0,17515	94,83598	94,45584
9	100	2,669697	97,71047	94,6771
10	90	2,502226	91,30176	94,45584
11	89		84,13102	82,27069
12	100		98,3702	94,45584
13	80		80,18909	80,6442
14	89		91,62985	93,85739
15	90		91,26424	94,60334
16	100		97,56726	96,34542
17	90		91,85886	95,43751
18	100		98,14455	96,52709
19	100		97,84574	94,63098
20	77		80,4908	81,43001
21	77		81,84633	94,60334
22	100		98,3702	94,45584
23	100		98,4676	95,43751
24	90		91,25266	91,35517
25	100		98,50878	94,60334
26	100		98,50878	94,60334
27	100		98,4676	95,43751
28	100		98,50878	94,60334
29	100		98,3702	94,45584
30	100		98,50878	94,60334
31	85		87,28595	88,57254
32	90		91,26424	94,60334
33	90		89,24026	88,64629
34	86		88,47438	94,45584
35	86		88,36642	94,60334
36	100		98,50878	94,60334
37	90		91,30176	94,45584
38	95		93,56665	93,00903
39	100		98,3702	94,45584
40	3547		3545,792	3545,792

Приведені результати розрахунків доказують теорему 6.

Теорема 7. Якщо в емпіричні значення функції Y ввести абсолютні похибки зрівноваження, поділені на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взяті із попереднього зрівноваження, а отриманий результат помножити на коефіцієнт $K [1, \dots, 0.1]$, то зміниться формула моделі і її оцінки при сталому критерію Фішера F і статистичній значущості коефіцієнтів моделі.

Будуємо математичну модель при $Y=(Y+V/P^{0.5}) * 0.98$

		Проведення розрахунків при $Y=(Y+V/P^{0.5}) * 0.98$										CV
CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU	CV		
a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	Фозпр. =	Фозпр. =		
62	2,452181	2,616303	-0,17164	-6,83342	-0,88976	-0,07228	4,832524	5,76563	54,06904	=a1	2,278251	
63	3,289397	0,749389	1,238676	3,128693	1,583519	0,818014	4,839779	2,662162	25,84346	стандарт; ai=S*di		
64	0,548922	4,214047	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	R^2	μ	
65	4,368206	29	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	Ф критерій	n-m-1	
66	619,1508	514,9875	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	$(Y - Y_{ср})^2 / (N \cdot Y)$		
67	0,74548	3,491246	-0,13658	-2,18411	-0,55189	-0,08836	0,998501	2,16577	2,092175	$(0.05, 30) =$	2,042272	

Таблиця 6.20. Результати побудови моделі при $Y=(Y+V/P^{0.5})^{*0,98}$

№	НС	СК	СQ	СR
1	Оцінка EST Y	a(i)	CL*0,98	Y''
2	100	54,06904	99,68341	100,3622
3	90	5,76563	89,47572	92,56672
4	90	4,832524	89,47572	92,56672
5	100	-0,07228	96,53861	92,71128
6	89	-0,88976	87,22	87,22
7	89	-6,83342	89,60495	93,60103
8	95	-0,17164	92,93926	92,56672
9	100	2,616303	95,75626	92,78356
10	90	2,452181	89,47572	92,56672
11	89		82,4484	80,62528
12	100		96,4028	92,56672
13	80		78,58531	79,03131
14	89		89,79725	91,98025
15	90		89,43895	92,71128
16	100		95,61592	94,41851
17	90		90,02168	93,52876
18	100		96,18166	94,59655
19	100		95,88882	92,73836
20	77		78,88098	79,80141
21	77		80,20941	92,71128
22	100		96,4028	92,56672
23	100		96,49825	93,52876
24	90		89,42761	89,52807
25	100		96,53861	92,71128
26	100		96,53861	92,71128
27	100		96,49825	93,52876
28	100		96,53861	92,71128
29	100		96,4028	92,56672
30	100		96,53861	92,71128
31	85		85,54023	86,80109
32	90		89,43895	92,71128
33	90		87,45545	86,87337
34	86		86,70489	92,56672
35	86		86,59909	92,71128
36	100		96,53861	92,71128
37	90		89,47572	92,56672
38	95		91,69532	91,14885
39	100		96,4028	92,56672
40	3547		3474,876	3474,876

Приведені результати розрахунків доказують теорему 7.

Теорема 8. Якщо верхній шар емпіричних даних функції поділити на корінь квадратний із відповідної ваги функції, взятої із попереднього зрівноваження, то значно поліпшаться оцінки і характеристики в порівнянні з характеристиками попередньої моделі і отримана нова модель буде близькою до попередньої, що обумовлює адекватність її застосування.

		Проведення розрахунків при $Y = Y + (Y - 90) \cdot R^{0,5} + 90$																
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	Фропр.=								
52	0,817719	1,527803	0,827329	-4,46232	-1,24102	-0,00586	3,695892	2,883685	71,17702	=ai							2,278251	
53	1,845163	0,420365	0,69477	1,755018	0,888263	0,458859	2,714839	1,493321	14,4987	стандарт $\sigma a_i = S \cdot \sqrt{d_{ii}}$								
54	0,649702	2,363839	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	R ²						μ	
55	6,723337	29	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	Ф критерій						n-m-1	
56	300,5458	162,0443	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	#/Д	$[(Y - Y_{cp})^2 / \sum V]$							
57	0,443169	3,633994	1,190795	-2,54261	-1,39713	-0,01277	1,361367	1,931055	4,909877	$(0,05, 30) = 2,042272$								
58	CL	CM	CN	CO	CP	CQ	CR	CS	CT	CU								CV

Таблиця 6.21.Проведення розрахунків при $Y=Y+(Y-90)/P^{0.5+90}$

№	НС	СХ	СО	СР
1	Оцінка EST Y	a(i)	$(Y-90)/P^{0.5+90}$	Y''
2	100	71,17702	96,98358	97,10132
3	90	2,883685	90	91,39211
4	90	3,695892	90	91,39211
5	100	-0,00586	92,75546	91,40383
6	89	-1,24102	89	89
7	89	-4,46232	89,62875	92,64486
8	95	0,827329	91,46578	91,39211
9	100	1,527603	94,28907	91,40969
10	90	0,817719	90	91,39211
11	89		89,21236	85,3386
12	100		92,93155	91,39211
13	80		80,2778	80,38423
14	89		89,48704	92,69003
15	90		90	91,40383
16	100		96,84959	93,88002
17	90		90	92,63899
18	100		95,64335	94,21763
19	100		93,84923	90,56478
20	77		80,18623	82,93849
21	77		86,41791	91,40383
22	100		92,93155	91,39211
23	100		93,39126	92,63899
24	90		90	91,87231
25	100		92,75546	91,40383
26	100		92,75546	91,40383
27	100		93,39126	92,63899
28	100		92,75546	91,40383
29	100		92,93155	91,39211
30	100		92,75546	91,40383
31	85		86,90498	88,50842
32	90		90	91,40383
33	90		90	88,51429
34	86		88,82738	91,39211
35	86		88,89782	91,40383
36	100		92,75546	91,40383
37	90		90	91,39211
38	95		93,80589	91,82714
39	100		92,93155	91,39211
40	3547		3456,768	3456,768

Приведені результати розрахунків доказують теорему 8.

Теорема 9 Якщо прийняти результати попереднього зрівноваження Y' за істинні значення, то при введенні в ці результати будь-якого значення $Y'+C$ з подальшим переурівнюванням, зміниться у формулі математичної моделі лише один коефіцієнт a_0 при незмінних всіх інших коефіцієнтах математичної моделі і їх характеристиках і оцінках, а $Y''=Y'$.

Будуємо математичну модель при $Y_2=Y+V-0,5$

	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	F _{розрах.} =
42	2,43820857	2,586372	0,037116	-6,978379411	-0,967014387	-0,073811257	5,200595	5,747557	53,99228	2,278251
43	2,26247E-15	5,15E-16	8,52E-16	2,15194E-15	1,08916E-15	5,62637E-16	3,33E-15	1,89E-15	1,78E-14	$Y_2=Y+V-0,5$
44	1	2,9E-15	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	Р ₂ μ
45	9,50695E+30	29	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	F _{критерій} $n-m-1$
46	638,9463664	2,44E-28	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	$(Y-C)/Z[V]$
47	1,07767E+15	5,02E+15	4,38E+13	-3,24283E+15	-8,87866E+14	-1,31188E+14	1,56E+15	3,14E+15	3,04E+15	$(Y-C)/Z[V]$
										$(10,05,30) = 2,042272$

Таблиця 6.22.Проведення розрахунків при $Y=Y+V-0.5$

№	HC	BV	BW	BX
1	Оцінка EST Y	a(i)	Y2	Y''
2	100	53,99228	101,95971	101,9597
3	90	5,747557	93,94051	93,94051
4	90	5,200595	93,94051	93,94051
5	100	-0,07381	94,08813	94,08813
6	89	-0,96701	88,50000	88,5
7	89	-6,97838	95,05514	95,05514
8	95	0,037116	93,94051	93,94051
9	100	2,585372	94,16194	94,16194
10	90	2,43821	93,94051	93,94051
11	89		82,31828	82,31828
12	100		93,94051	93,94051
13	80		79,69449	79,69449
14	89		93,62678	93,62678
15	90		94,08813	94,08813
16	100		95,94835	95,94835
17	90		94,98133	94,98133
18	100		96,21216	96,21216
19	100		93,90339	93,90339
20	77		81,12415	81,12415
21	77		94,08813	94,08813
22	100		93,94051	93,94051
23	100		94,98133	94,98133
24	90		91,18857	91,18857
25	100		94,08813	94,08813
26	100		94,08813	94,08813
27	100		94,98133	94,98133
28	100		94,08813	94,08813
29	100		93,94051	93,94051
30	100		94,08813	94,08813
31	85		88,19295	88,19295
32	90		94,08813	94,08813
33	90		88,26676	88,26676
34	86		93,94051	93,94051
35	86		94,08813	94,08813
36	100		94,08813	94,08813
37	90		93,94051	93,94051
38	95		92,61693	92,61693
39	100		93,94051	93,94051
40	3547			

Будуємо математичну модель при $Y_3=Y+V-2$

	Проведення розрахунків при зменшенні результативних ознак на 2 бали										
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	Фропор.= =ai	2,278251
50	2,43820857	2,585372	0,037116	-6,978379411	-0,967014387	-0,073811257	5,200595	5,747557	52,49228	$Y_3=Y+V-2$	
51	2,26247E-15	5,15E-16	8,52E-16	2,15194E-15	1,08916E-15	5,62637E-16	3,33E-15	1,83E-15	1,78E-14	стандарт Sai=S√dii	
52	1	2,9E-15	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	R^2	μ
53	9,50895E+30	29	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	Фкритерій	n-m-1
54	638,9459564	2,44E-28	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	$[(Y-Ycp)^2/ VY]$	
55	1,07767E+15	5,02E+15	4,36E+13	-3,24283E+15	-8,87866E+14	-1,31188E+14	1,56E+15	3,14E+15	2,95E+15	$t(0,05;30)=2,042272$	

Таблиця 6.23.Проведення розрахунків при $Y=Y+V-2$

№	HC	BY	BZ	CA
1	Оцінка EST Y	Y3	a(i)	Y''
2	100	100,4597	52,4922838	100,45971
3	90	92,44051	5,7475568	92,44051
4	90	92,44051	5,2005952	92,44051
5	100	92,58813	-0,0738113	92,58813
6	89	87	-0,9670144	87,00000
7	89	93,55514	-6,9783794	93,55514
8	95	92,44051	0,0371164	92,44051
9	100	92,66194	2,5853717	92,66194
10	90	92,44051	2,4382096	92,44051
11	89	80,81828		80,81828
12	100	92,44051		92,44051
13	80	78,19449		78,19449
14	89	92,12678		92,12678
15	90	92,58813		92,58813
16	100	94,44835		94,44835
17	90	93,48133		93,48133
18	100	94,71216		94,71216
19	100	92,40339		92,40339
20	77	79,62415		79,62415
21	77	92,58813		92,58813
22	100	92,44051		92,44051
23	100	93,48133		93,48133
24	90	89,68857		89,68857
25	100	92,58813		92,58813
26	100	92,58813		92,58813
27	100	93,48133		93,48133
28	100	92,58813		92,58813
29	100	92,44051		92,44051
30	100	92,58813		92,58813
31	85	86,69295		86,69295
32	90	92,58813		92,58813
33	90	86,76676		86,76676
34	86	92,44051		92,44051
35	86	92,58813		92,58813
36	100	92,58813		92,58813
37	90	92,44051		92,44051
38	95	91,11693		91,11693
39	100	92,44051		92,44051
40	3547			

Будуємо математичну модель при $Y_3=Y+V-6$

	BW	BX	BY	BZ	CA	CB	CC	CD	CE	CF	CG
	a8	a7	a6	a5	a4	a3	a2	a1	a0	$F_{\text{розрах.}} =$	2,278251
58	2,43820957	2,586372	0,037116	-6,978379411	-0,967014387	-0,073811257	5,200695	5,747557	48,49228	=a1	$Y_6=Y+V-6$
59	2,28247E-15	5,15E-16	8,52E-16	2,15194E-15	1,08916E-15	5,62837E-16	3,33E-15	1,83E-15	1,78E-14	стандарт	$\Delta a1=S \cdot \Delta d11$
60	1	2,9E-15	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	R ²	μ
61	9,50695E+30		29	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	F критерій	n-m-1
62	638,9459564	2,44E-28	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	#N/D	$[(Y'-Y_{\text{ср}})^2] / \sum VV$	
	1,07767E+15	5,02E+15	4,36E+13	-3,24283E+15	-8,87856E+14	-1,31188E+14	1,56E+15	3,14E+15	2,73E+15	$(0,05 \cdot 30) =$	2,042272
	Проведення розрахунків при зменшенні результативних ознак на 6 балів										

Таблиця

6.23.Проведення розрахунків при $Y=Y+V-6$

№	НС	СІ	СВ	СС
1	Оцінка EST Y	a(i)	Y6	Y"
2	100	48,49228	96,45971	96,45971
3	90	5,747557	88,44051	88,44051
4	90	5,200595	88,44051	88,44051
5	100	-0,07381	88,58813	88,58813
6	89	-0,96701	83,00000	83
7	89	-6,97838	89,55514	89,55514
8	95	0,037116	88,44051	88,44051
9	100	2,585372	88,66194	88,66194
10	90	2,43821	88,44051	88,44051
11	89		76,81828	76,81828
12	100		88,44051	88,44051
13	80		74,19449	74,19449
14	89		88,12678	88,12678
15	90		88,58813	88,58813
16	100		90,44835	90,44835
17	90		89,48133	89,48133
18	100		90,71216	90,71216
19	100		88,40339	88,40339
20	77		75,62415	75,62415
21	77		88,58813	88,58813
22	100		88,44051	88,44051
23	100		89,48133	89,48133
24	90		85,68857	85,68857
25	100		88,58813	88,58813
26	100		88,58813	88,58813
27	100		89,48133	89,48133
28	100		88,58813	88,58813
29	100		88,44051	88,44051
30	100		88,58813	88,58813
31	85		82,69295	82,69295
32	90		88,58813	88,58813
33	90		82,76676	82,76676
34	86		88,44051	88,44051
35	86		88,58813	88,58813
36	100		88,58813	88,58813
37	90		88,44051	88,44051
38	95		87,11693	87,11693
39	100		88,44051	88,44051
40	3547			

Приведені результати розрахунків доказують теорему9.

ВИСНОВКИ

1. По способу найменших квадратів побудована математична модель у вигляді емпіричної формули

$$Y' = 54.492284 + 5.747557X_1 + 5.200595X_2 - 0.073811X_3 - 0.967014X_4 - 6.978379X_5 + 0.037116X_6 + 2.585372X_7 + 2.438210X_8.$$

2. Отримана контрольна формула середньої квадратичної похибки зрівноваженої функції для множинної регресії

$$mY' = \left[\begin{array}{l} m_{a0}^2 + m_{a1}^2x_1^2 + m_{a2}^2x_2^2 + m_{a3}^2x_3^2 + m_{a4}^2x_4^2 + m_{a5}^2x_5^2 + m_{a6}^2x_6^2 + \\ m_{a7}^2x_7^2 + m_{a8}^2x_8^2 + (2\mu^2 / D) \left[\begin{array}{l} Q_{10}x_1 + Q_{20}x_2 + Q_{30}x_3 + Q_{40}x_4 + \\ Q_{50}x_5 + Q_{60}x_6 + Q_{70}x_7 + Q_{80}x_8 + \\ Q_{21}x_1x_2 + Q_{31}x_1x_3 + Q_{41}x_1x_4 + \\ + Q_{51}x_1x_5 + Q_{61}x_1x_6 + Q_{71}x_1x_7 + \\ Q_{81}x_1x_8 + Q_{32}x_2x_3 + Q_{42}x_2x_4 + \\ Q_{52}x_2x_5 + Q_{62}x_2x_6 + Q_{72}x_2x_7 + \\ Q_{82}x_2x_8 + Q_{43}x_3x_4 + Q_{53}x_3x_5 + \\ Q_{63}x_3x_6 + Q_{73}x_3x_7 + Q_{83}x_3x_8 + \\ Q_{54}x_4x_5 + Q_{64}x_4x_6 + Q_{74}x_4x_7 + \\ Q_{84}x_4x_8 + Q_{65}x_5x_6 + Q_{75}x_5x_7 + \\ Q_{85}x_5x_8 + Q_{76}x_6x_7 + Q_{86}x_6x_8 + \\ Q_{87}x_7x_8. \end{array} \right] \end{array} \right] \quad (5.2)$$

3. Дана формула дає можливість поширити її на оцінку точності зрівноваженої функції множинної регресії з будь-яким числом факторних ознак..

4. Результати проведених досліджень проконтрольовані функцією MS Excel, «ЛИНЕЙН», яка є досить потужним і коректним апаратом досліджень і показана повна автентичність отриманих результатів.

5. Хоча вбудовані функції MS EXCEL не дають можливості отримати середню квадратичну похибку зрівноваженої функції ,запропонована автором формула дає змогу

продовжити дослідження за межами формул MS EXCEL.

6. Виходом в світ даної наукової праці можна вважати завершеним ансамбль побудови математичної моделі множинної регресії з будь-яким числом факторних ознак.

7. Для аспірантів і магістрів-інформатиків ми б запропонували розробити методику введення ваг в емпіричні дані за результатами попереднього зрівноваження з подальшим повторним зрівноваженням, повторною оцінкою точності і порівняльним аналізом результатів множинної регресії.

8. Розроблена методика конструювання і дослідження математичних моделей

9. Сформульовано і доказано ряд теорем, які дають можливість конструювати окремі елементи математичної моделі в залежності від цільових установок аналізу, оцінки точності, статистичної значущості і т.і.

10. Нам невідомі із літературних джерел аналогічні дослідження і, на наш погляд, вони виконуються вперше.

Л І Т Е Р А Т У Р Н І д ж е р е л а

1. Бугір М.К. Математика для економістів. Посібник. -К.: Видавничий центр «Академія», 2003, -520 с.

2. Дьяконов В.П. Справочник по алгоритмам и программам на языке БЕЙСИК для персональных ЭВМ. -М. Наука, 1989, -240 с.

3. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. -М.: Наука, 1976, - 319 с.

4. Літнарвич Р.М. Побудова і дослідження економіко-математичної моделі поліномом m -го порядку. Вісник МЕГУ. Збірник наукових праць. Серія: Системні науки та кібернетика. Випуск 1. МЕГУ, Рівне, 2009. - с.41-51.

5. Літнарвич Р.М. Застосування способу найменших квадратів до обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Частина 2. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, 2007. -110 с.

7. Літнарвич Р.М. Спосіб найменших квадратів і його використання для обробки матеріалів психологічних і педагогічних експериментів. Курс лекцій. Частина 1. МЕГУ, Рівне, 2006, -75 с.

8. Літнарвич Р.М. Лінійна алгебра . Елементи теорії визначників. Курс лекцій. МЕГУ, Рівне, - 2006, -72 с.

9. Літнарівич Р.М. Алгебра матриць. Курс лекцій. МEGУ, Рівне, 2007, - 110 с.

10. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні аспекти і базові принципи функціонування наукової школи в рамках професійної освіти. Монографія. МEGУ, Рівне, 2009- 383 с.

11. Літнарівич Р.М. Побудова і дослідження істинної моделі якості засвоєння базової дисципліни. Апроксимація поліномом першого степеня. МEGУ, Рівне, 2009, -32с.

12. Літнарівич Р.М. Онтодидактика поліноміальної апроксимації .Апроксимація поліномом третього степеня. МEGУ, Рівне, 2009, -33 с.

13. Літнарівич Р.М. Теоретико-методологічні основи побудови математичної моделі базової дисципліни в рамках роботи наукової школи. МEGУ, Рівне, 2009, -100 с.

14. Ромакин М.И. Математический аппарат оптимизационных задач. - М.: Статистика, 1975, 112 с.

15. Ржевский С.В., Александрова В.М. Дослідження операцій. Підручник. - К.: "Академвидав", 2006, -560 с.

16. Программирование, отладка и решение задач на ЭВМ единой серии. Язык Фортран. Учебн. Пособие для вузов/И.А.Кудряшов, Н.Х.Кушнер, Л.В. Петрова, Н.А.Силов; Под ред. И.А.Кудряшева. -Л.: Энергоатомиздат, 1988, -208 с.

17. Тойберт П. Оценка точности результатов измерений: пер. с нем. – М.: Энергоатомиздат, 1988, -88 с.

18. Толбатов Ю.А. Економетрика. Тернопіль. Видавництво «Підручники і посібники», 2008, -288 с.

Л і т н а р о в и ч Руслан Миколайович,

доцент, кандидат технічних наук

**КОНСТРУЮВАННЯ І ДОСЛІДЖЕННЯ
МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ**

МНОЖИННИЙ АНАЛІЗ

ЧАСТИНА 1

Наукове видання

**Комп'ютерний набір, верстка і макетування та дизайн в
редакторі Microsoft® Office® Word 2003 Р.М. Літнарівч**

**Міжнародний Економіко-Гуманітарний Університет
ім.акад. Степана Дем'янчука**

Кафедра математичного моделювання

33027, м.Рівне, Україна

Вул.акад. С.Дем'янчука, 4, корпус 1

Телефон: (+00380) 362 23-73-09

Факс: (+00380) 362 23-01-86

E-mail: mail@regi.rovno.ua

